

Univerzita Karlova v Praze

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky



Webová podpora výuky funkcí na střední škole

Www support of teaching of functions on secondary
school

Autor diplomové práce: Bc. Václav Strnad

Vedoucí práce: Doc. RNDr. Jaroslav Zhouf, Ph.D.

Praha 2013

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením Doc. RNDr. Jaroslava Zhoufa, Ph.D. V práci jsem použil zdroje uvedené v seznamu literatury.

V Praze dne

Bc. Václav Strnad

Děkuji mému vedoucímu diplomové práce, Doc. RNDr. Jaroslavu Zhoufovi, Ph.D., za jeho velkou trpělivost, cenné rady, náměty a připomínky, jež mi pomohly při psaní diplomové práce.

Abstrakt

Cílem diplomové práce je vytvoření www výukového portálu zaměřeného na téma středoškolské matematiky – Funkce. Práce obsahuje části zabývající se tvorbou didaktických výukových materiálů, zařazením ICT technologií do výuky matematiky a vlastní tvorbou www výukového portálu. Dále se věnuje softwaru dynamické matematiky – GeoGebře, která je ve velké míře používána při tvorbě tohoto materiálu. Práce je podpořena dvěma výzkumy, které zjišťují vhodnost www projektu pro účel výuky matematiky na středních školách. Výzkumy byly zaměřeny na učitele a žáky středních škol. Výsledky a závěry z výzkumných částí práce poukazují na to, jak www materiál vhodně upravit, a více ho tak přizpůsobit k výukovým účelům.

Klíčová slova

www projekt, výuka matematiky, funkce, *GeoGebra*

Abstract

The aim of this thesis is to create a web portal dedicated to teaching of a topic of high school mathematics – Functions. The work contains sections focusing on creating didactic teaching materials, inclusion of ICT in teaching mathematics and sections dedicated to the creation of new www learning portal. It also discusses the dynamic mathematics software, GeoGebra, which is extensively used in this portal.

The work is boosted by two studies which measure the suitability of the project for the purposes of teaching mathematics on secondary schools. Research was focused on teachers and high school pupils. The results and conclusions of the research part of the thesis point out how to modify the material, adapt it and thus make it more suitable for educational purposes.

Keywords

www project, teaching of mathematics, functions, *GeoGebra*

Obsah

Úvod	8
1 ICT technologie v matematice	10
1.1 ICT technologie a matematická gramotnost	10
1.2 Role ICT technologií pro vzdělávání	12
2 ICT technologie – výukové programy	14
2.1 Dělení výukových programů	14
2.2 Výhody výukových programů	15
2.3 Nevýhody výukových programů	16
2.4 Výukové programy v matematice	17
2.4.1 Softwary dynamické geometrie	18
2.4.1.1 Rizika při používání programů dynamické geometrie	18
2.4.1.2 Výukové metody při práci s dynamickou geometrií	19
2.4.1.3 Příprava učitelů k práci s dynamickým softwarem	19
2.4.1.4 Vizualizace	19
2.4.2 GeoGebra	20
2.4.2.1 O programu	20
2.4.2.2 Prostředí programu	21
2.4.2.3 Výhody GeoGebry	22
2.4.2.4 Využití GeoGebry ve výuce matematiky	24
2.4.2.5 Nevýhody GeoGebry	24
3 Výhody a nevýhody ICT technologií při výuce matematiky	25
3.1 Výhody ICT technologií při výuce matematiky	25
3.2 Nevýhody ICT technologií při výuce matematiky	27
3.2.1 Využití obrazového materiálu pro učení	27
4 Zmapování současného stavu www stránek na výuku matematiky	29

4.1 Ww stránky zabývající se matematikou.....	29
4.2 Materiály zabývající se tvorbou výukových stránek	32
5 Tvorba ww stránek.....	34
5.1 Zásady tvorby webových stránek	34
5.1.1 Kritéria pro evaluaci ww výukových stránek	34
5.2 Použitá grafika	36
5.3 Obsah a struktura	37
5.3.1 Levé menu – menu nabídky.....	38
5.3.1.1 Výkladová část	38
5.3.1.2 Význam koeficientů funkce.....	39
5.3.1.3 Sbírka příkladů	39
5.3.2 Pravé menu – pracovní část.....	40
5.3.2.1 Význam koeficientů – dynamické aplety	40
5.3.2.2 Sbírka příkladů – zobrazování postupů a výsledků příkladů.....	41
5.3.2.3 Odkazy sloužící k propojení webových stránek	42
5.3.3 Menu s horní nabídkou.....	43
5.4 Problémy při vzniku projektu.....	43
5.5 Pilotní nasazení	45
5.5.1 Výsledky pilotního nasazení.....	45
5.5.1.1 Pozitivní ohlasy	45
5.5.1.2 Negativní ohlasy.....	46
5.5.1.3 Shrnutí pilotního nasazení	47
5.6 Pedagogické a didaktické postupy při tvorbě multimediálních materiálů	48
5.6.1 Didaktická pravidla (zásady)	48
6 Výzkum.....	52
6.1 Nástroje pedagogického výzkumu	52

6.2 Výzkum týkající se stránek www.funkce.eu	53
6.2.1 Metody výzkumu	53
6.2.1.1 Metoda dotazníkového řízení	54
6.2.1.2 Metoda řízeného rozhovoru	54
6.2.2 Výzkumná část – žáci	55
6.2.3 Výzkumná část – učitelé	55
6.2.4 Výsledky výzkumu – základní přehled	56
6.2.4.1 Zhodnocení výzkumné části – žáci	58
6.2.4.2 Zhodnocení výzkumné části – učitelé	59
6.2.5 Shrnutí výzkumu	71
6.2.6 Doporučení k úpravě www.vyukovehoportalu	72
7 Závěr	75
Seznam obrázků, grafů	77
Seznam literatury	78
8 Přílohy	81

Úvod

Diplomová práce „Webová podpora výuky funkcí na střední škole“ vznikala jako rozšíření bakalářské práce „Tvorba výukových www stránek zaměřených na technickou matematiku“, která byla vytvořena na katedře informačních technologií a technické výchovy na UK v Praze. Hlavní součástí obou prací byl vytvořený www portál pro výuku matematiky. Jeho hlavní náplní byla výuka funkcí s využitím elektronického materiálu na středních školách. Tyto www stránky jsou určeny zejména pro učitele a žáky středních škol.

S rozvojem ICT technologií se více a více řeší také otázka, jak využít počítače pro výuku matematiky. Nástroje těchto technologií mohou být díky svým vlastnostem v matematice velmi prospěšné. Jedním z takových nástrojů jsou programy dynamické matematiky. V Evropě existuje několik center, které se soustředí na tvorbu výukových materiálů určených pro programy dynamické matematiky. Tato centra jsou situována převážně kolem vývojářů těchto programů, ovšem velké množství dalších zdrojů pochází i z řad akademických institucí a učitelů. (Rendlová, 2008)

Dynamické matematické programy mohou studentům umožnit lepší vhled do konkrétního matematického problému, a mohou tak do problému lépe „proniknout“. Mezi takové programy patří i GeoGebra, která byla ve velké míře využívána při tvorbě www elektronického materiálu – konstrukce obrázků, dynamických apletů. Více o tomto programu lze najít v části GeoGebra.

Protože diplomová práce vznikala ruku v ruce s vytvořeným www portálem, i jednotlivé kapitoly se www portálu více či méně týkají. V práci lze najít části, které popisují výhody či nevýhody ICT technologií v matematice. Další kapitoly popisují tvorbu elektronických výukových materiálů nebo kritéria pro jejich ohodnocení. Součástí práce je i rešerše dostupných elektronických materiálů pro výuku matematiky, konkrétně především výuky funkcí. Nejrozsáhlejší kapitoly popisují vlastní vznik www portálu a výzkum, který se uskutečnil v rámci této práce.

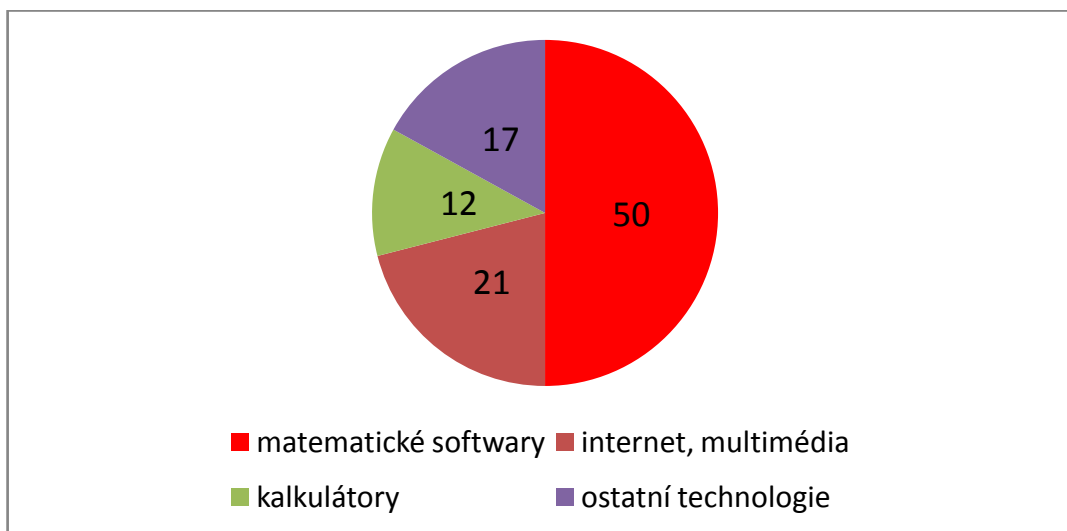
Je velice důležité, aby kvalitu a vhodnost www výukového materiálu posoudili erudovaní hodnotitelé. Proto byla provedena výzkumná část práce, ve které se hodnotil přínos www stránek žáky a hlavně učiteli středních škol. Výzkum přinesl

důležité informace, které posloužily v dalším „vylepšování“ www projektu. Výsledky výzkumu jsou dostupné v části „Výzkum – výsledky výzkumu“ a také v přílohách, ve kterých lze najít otázky vytvořených dotazníků i jejich následné názorné interpretace formou grafů.

Podle mého názoru je potřeba hledat a vytvářet vhodné didaktické materiály, které žákům pomáhají při studiu a výuce matematiky. Jakýkoliv dobře vytvořený materiál je tudíž přínosem. Elektronické materiály dokážou různé jevy názorně simulovat, dávají jejich uživatelům více možností, jak na problémy nahlédnout. Pokud ICT technologie patří mezi přínosy v oblasti matematiky, je vhodné je do učebních pomůcek zahrnout. A to i za cenu, že sám učitel musí přijímat nové znalosti a dovednosti v oblasti informačně komunikačních technologií. Jednou z klíčových pomůcek v oblasti ICT technologií jsou výukové programy, které jsou také předmětem zkoumání diplomové práce. Co všechno přináší ICT technologie do výuky matematiky, zda stojí je do výuky začleňovat nebo jaká jsou úskalí jejich zařazování do hodin matematiky, se lze dočíst v následujících kapitolách.

1 ICT technologie v matematice

V této části diplomové práce je popisováno, jak se může pracovat při hodinách matematiky s využitím prostředků nebo jak souvisí používání těchto nástrojů s matematickou gramotností. Je zřejmé, že doby, kdy se v matematice používala tužka a papír, jsou již nenávratně pryč. S vývojem počítačů, s neustále se rozvíjející technikou se logicky začalo zkoumat, jak tyto možnosti využívat i v matematice. Podle zatím uskutečněných výzkumů, které se zabývaly využitím moderních technologií ve výuce matematiky, se ukázalo, že největší zastoupení mají matematické softwary – dynamická geometrie, symbolické a grafické systémy. Dále následují multimédia spolu s internetem, kalkulátory – grafické a numerické – a ostatní technologie (obr. 1). (Dvořák, 2006)



Obr. 1: Graf využití různých forem ICT ve výuce matematiky (v procentech)

1.1 ICT technologie a matematická gramotnost

Používání ICT technologií v matematice jde ruku v ruce s pojmem matematická gramotnost. Učitele musí zajímat, co jednotlivé nástroje těchto technologií přinesou žákům, jak jim ulehčí určitou práci nebo jaký vliv budou mít na rozvoj matematické gramotnosti žáků.

Matematická gramotnost je popisována různými definicemi, jedna z výstižných je tato: „Matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak,

aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana.“ (Nemčíková, 2011, str. 6)

Matematická gramotnost se dělí na tři základní složky: (Nemčíková, 2011, str. 6 a 7)

- situace a kontexty, do nichž jsou usazeny problémy, které mají žáci řešit, a aplikovat tak získané vědomosti a dovednosti – týkají se používání a uplatňování matematiky v rozmanitých situacích (osobních, vědeckých,...)
- kompetence, které se uplatňují při řešení problémů – kompetence lze dělit následovně:
 - a. matematické uvažování – zahrnuje schopnost klást otázky charakteristické pro matematiku, znát odpovědi na tyto otázky nebo rozlišovat příčinu a důsledek
 - b. matematická argumentace – zahrnuje schopnost rozlišovat předpoklady a závěry, sledovat a hodnotit řetězce matematických argumentů různého typu
 - c. matematická komunikace – zahrnuje schopnost rozumět písemným i ústním matematickým sdělením a vyjadřovat se jednoznačně a srozumitelně k matematickým otázkám a problémům
 - d. modelování – zahrnuje schopnost porozumět matematickým modelům reálných situací, používat, vytvářet a kriticky je hodnotit
 - e. vymezování problémů a jejich řešení – zahrnuje schopnost rozpoznat a formulovat matematické problémy a řešit je různými způsoby
 - f. užívání matematického jazyka – zahrnuje schopnost rozlišovat různé formy reprezentace matematických objektů a situací, volit formy reprezentace vhodné pro danou situaci a účel
 - g. užívání pomůcek a nástrojů – zahrnuje znalost různých pomůcek a nástrojů (včetně prostředků výpočetní techniky), které mohou pomoci při matematické činnosti
- matematický obsah tvořený strukturami a pojmy nutnými k formulaci matematické podstaty problémů – obsah je dělen takto:
 - a. kvantita – význam čísel, různé reprezentace čísel, operace s čísly, představa velikosti čísel, počítání z paměti a odhady, míra

- b. prostor a tvar – orientace v prostoru, rovinné a prostorové útvary, jejich metrické a polohové vlastnosti, konstrukce a zobrazování útvarů, geometrická zobrazení
- c. změna a vztahy – závislost, proměnná, základní typy funkcí, rovnice a nerovnice, ekvivalence, dělitelnost, inkluze, vyjádření vztahů symboly, grafy, tabulkou
- d. neurčitost – sběr dat, analýza dat, prezentace a znázornění dat, pravděpodobnost, kombinatorika, vyvozování závěrů

1.2 Role ICT technologií pro vzdělávání

Podle míry podílu technologií na poznávacím procesu učícího lze rozlišovat dva převažující pohledy na jejich roli: (Hošpesová, 2011, str. 153)

- komplexní technologické prostředí, které slouží pro organizaci a logistiku (virtuální učební prostředí), případně prostředí ve formě úložiště, umožňující přístup, hromadění, nastavení a nakládání s digitálním obsahem pro potřeby probíhajícího i budoucího učení u jedince
- výukové programy zapojené do procesu učení, které umožňují jednak překonat omezené schopnosti jedince (např. cílenou pozornost, aktuální paměťovou kapacitu) v aktivitách spojených s přemýšlením, učením a řešením problémů, jednak vytvářet podporu, o kterou se může žák při svém učení opírat (tzv. scaffolding¹)

Prostředí prvního druhu nejsou zaměřena na výuku matematiky, ale na výuku obecně. Jsou použitelná i v ostatních vzdělávacích oblastech. Z hlediska matematické gramotnosti je podstatnější druhá skupina – výukové programy. Takový matematický software umožňuje svými vlastnostmi rozvoj matematické gramotnosti žáků – nabízí různé reprezentace pojmů, simuluje chování v určitých podmínkách, modeluje prostředí různé povahy pro aplikaci matematické gramotnosti jedince.

Mezi používané kognitivní technologie lze řadit následující typy programů: (Hošpesová, 2011)

¹ scaffolding teaching strategy – spočívá v individualizované podpoře založené na zóně nejbližšího vývoje

- softwary dynamické geometrie (Cabri, Cabri 3D, GeoGebra)
- počítačové algebraické systémy (Mathematica, Maple, Derive)
- mikrosvěty (Scratch, Imagine Logo)
- tabulkové procesory (Microsoft Office Excel)
- grafické kalkulačky
- uzavřená výuková prostředí (výukové a testovací programy, výuková videa)
- interaktivní tabule (Smart Board, Aktiv Board)

Matematický výukový software se v posledních letech rychle rozvíjí a pro školy, žáky a učitele je dostupnější. Školy mají možnosti získávat hodně těchto aplikací zdarma nebo za symbolické ceny. Vybavení škol je také na vyšší úrovni než v minulosti. Existují metodické portály nebo školení pro učitele, sociální sítě, fóra, nové programy či učebnice, které zahrnují interaktivní prvky. Počítače se stávají běžnou pomůckou učitele. V neposlední řadě vznikají projekty, školení hrazené z finančních prostředků ESF. (Hošpesová, 2011)

Všechny tyto důvody přispívají ke změně v názoru učitelů na používání technologií ve výuce nebo při přípravě na ni. To je přínosné především v oblastech matematiky, kde mohou ICT nástroje ukázat své silné stránky – dynamická geometrie, geometrická zobrazení, konstrukční úlohy atd. Je ovšem potřeba pamatovat na to, že používání takových technologií je nutné začleňovat do výuky s rozmyslem a s dobrou přípravou. V další části práce se lze blíže seznámit s výukovými programy – jedním z hlavních nástrojů ICT, které se při výuce matematiky používají.

2 ICT technologie – výukové programy

Cílem této části diplomové práce je podat základní informace o výukovém softwaru jako jedné z atraktivních didaktických pomůcek učitele. V kapitole bude stručně uvedeno základní rozdělení výukových programů, jejich charakteristiky a kritéria, které by měly být posuzovány při volbě vhodného výukového softwaru.

Výukový software je jakékoliv programové vybavení počítače, jež je určeno k výukovým účelům a dokáže plnit alespoň některou z didaktických funkcí. Tento typ softwaru je záměrně vytvářen za účelem vzdělávání. (Havelková, 2012, str. 10)

2.1 Dělení výukových programů

Výukové programy je možné dělit podle několika kategorií. Jedno z možných dělení je podle kognitivních cílů uspořádaných do následujících kategorií (zapamatování, pochopení, aplikace, analýza, syntéza, hodnocení). (Havelková, 2012, str. 11-13)

- aplikační výukové programy

Aplikace jsou programy určené pro automatizaci úkonů a konkrétní úkoly, jako jsou zpracování textu, tabulkových dat atd. Jejich cílem je získání znalostí a přehledu o obsahu či konkrétních procesech. Zároveň posilují strukturované myšlení a technické dovednosti. Konkrétními příklady jsou MS Word, MS Office. Využití ve výuce matematiky však nacházejí zejména tabulkové procesory (MS Excel), které umožňují rychlé zpracování velkého množství dat a grafická znázornění.

- drilové a procvičující výukové programy

Mezi drilové a procvičující řadíme ty programy, kterými žáci postupně procházejí a dostávají zpětnou vazbu o správnosti. Zpravidla umožňují téměř neomezeně procvičovat a dokážou udržet pozornost. Jsou ideálním řešením pro případy, kdy je třeba se látku naučit z paměti a uložit si ji do dlouhodobé paměti.

- instruktážní výukové programy (tutoring)

Instruktážní výukové programy se používají při zavádění nové látky. Kombinují vysvětlení látky s jejím procvičením prostřednictvím her, simulací či testů. Podporují žáky v interakci prostřednictvím nutného ovládání a reakcí na programy.

- **simulační výukové programy**
Programy názorně ukazují modelové situace pro pochopení systémů (jevů). Převádějí naučenou látku do reálného světa (čímž vtahují žáka do procesu učení) a zároveň zajišťují bezpečnost edukačního prostředí, šetří čas i náklady.
- **herní výukové programy (výukové hry)**
Motivují přidáním prvku hry a soutěžení do aktivity učení. Žák soutěží sám se sebou (se svým nejlepším výkonem), s počítačem nebo s jiným žákem.
- **objevitelské výukové programy**
Programy tohoto typu předkládají množství látky vztahující se k tématu a dávají žákovi volnost při hledání vlastních odpovědí a závěrů.
- **výukové programy k řešení problému**
Tematické programy zdůrazňují kritické myšlení, analýzu, logiku a odůvodnění při řešení problémových úloh. Umožňují testovat hypotézy, tvořit strategie řešení. Záměrem je rozvinout schopnosti a kompetenci k řešení problémů.

2.2 Výhody výukových programů

Výhody výukových programů není potřeba příliš rozebírat, jdou ruku v ruce s výhodami ICT technologií, které jsou popisovány v části diplomové práce „Výhody ICT technologií při výuce matematiky“. Přesto je vhodné zmínit alespoň ty základní:

- **motivace**
Z vlastní zkušenosti víme, že práce s počítačem, a tedy i výukovými programy, je pro žáky silně motivující. Učitel přináší do výuky element, který je součástí života většiny z nich. Žáci jsou zvyklí s počítačem pracovat a jejich technické dovednosti v práci s ním často předčí dovednosti učitele.
- **zpětná vazba**
Práce s výukovými programy zároveň žákům poskytuje zpětnou vazbu, a to ve velmi atraktivní podobě. Žáci tak získají nástroj kontroly své práce, který jim umožňuje odstraňovat chyby a opakovat své úspěchy.
- **zvýšení odpovědnosti žáka v procesu vzdělávání**

Výukové programy podněcují žáky k větší samostatnosti, a tudíž také k odpovědnosti za své vlastní výsledky. Taková výuka je v souladu s kompetencemi, které by se u žáků měly rozvíjet.

- **názornost**

Jedním z hlavních vlastností výukových programů je názornost. Kvalitně vytvořený software umožňuje studentům názorné vidění zkoumaných problémů. To se týká především dynamických softwarů – např. GeoGebry. S názorností úzce souvisí pojem vizualizace, které je věnována část diplomové práce „Softwary dynamické geometrie“.

2.3 Nevýhody výukových programů

Využívání výukových programů může skýtat řadu problémů. Tato nebezpečí je potřeba si uvědomovat a snažit se jim vyhýbat. Určitě je vhodné při výuce matematiky na základní škole využívat výukové programy, zejména pak program GeoGebra. Pro práci s žáky je ale důležité přizpůsobit se jejich věku a znalostem. Není dobré např. začínat se složitými konstrukcemi, s obtížnými příklady nebo pracovat s programem celou hodinu. I největšího počítačového nadšence by časem taková práce omrzela. Mezi nejdůležitější nevýhody práce s výukovými programy lze jmenovat: (Havelková, 2012)

- nedostatečná znalost učitele při práci s výukovým programem – příprava učitelů na použití výukových programů nese rizika, a to ze dvou hlavních oblastí:
 - a. obecná rizika, spojená s počítačem jako médiem, fenoménem, jímž je třeba se zabývat
 - b. oborově didaktická rizika (jak učit, abych naučil), spojená se zařazením matematického výukového softwaru do výuky (Hošpesová, 2011, str. 160)
- přehnaný optimismus učitele při používání těchto typů programů, volba nevhodného softwaru

Jak již bylo napsáno, práci s výukovým programem je potřeba přizpůsobit potřebám žáka, jeho věku, možnostem pozornosti nebo jeho znalostem

a počítačovým dovednostem. V opačném případě žáci rychle ztrácejí motivaci a kolikrát náročná příprava přijde v niveč.

- volba nevhodných úloh

Tento bod souvisí do jisté míry s prvním bodem, v dynamických softwarech by se měly volit takové úlohy, které umožňují studentům s matematikou dynamicky pracovat. Proto by učitel měl volit takové úlohy, kde vyniknou přednosti takových programů, a tím mají pro žáky hlubší smysl.

- technické problémy

Technické problémy jdou, podle mých zkušeností, ruku v ruce s používáním počítačových programů. To jsem poznal i z výzkumu, který vznikl v rámci bakalářské práce. (Strnad, 2011) Problémem se ukázaly být GeoGebra aplety, které jsou napsány v programu Java. Na několika počítačích se aplety nezobrazovaly korektně a jejich zprovoznění stálo uživatele často mnoho psychických sil.

- atraktivita pracovního prostředí

Paradoxně tuto vlastnost lze zahrnout mezi nevýhody, i když stejně tak by se mohla zahrnout mezi výhody. To souvisí s čistě pedagogickým hlediskem. Žáci, pro které je práce v programu nová, se často věnují spíše uživatelským manipulacím než např. řešení zadané úlohy.

- vnímání modelu jako reality

Rizikem vizualizace geometrické situace pomocí počítače může být příklon žáka k vnímání modelu jako reality. Počítačové vizualizace nemohou plně nahradit kreslení náčrtků také pro materiální bezprostřednost a srozumitelnost jejich vytváření. (Vaníček, 2009)

2.4 Výukové programy v matematice

V této části práce lze najít informace o výukových programech používaných v matematice. Následující odstavce jsou zaměřeny především na softwary dynamické geometrie, konkrétně pak na program GeoGebra.

2.4.1 Softwary dynamické geometrie

Podle výše uvedených výzkumů úplně největší zastoupení z řady ICT technologií mají dynamické grafické softwary. Důvod je jednoduchý. Tyto programy díky své interaktivitě studentům pomáhají lepšímu „vnoření se“ do problému a tím i snazšímu pochopení. Pro žáky je velice důležité, pokud sami mohou dynamickými konstrukcemi pohybovat a sledovat, jak se mění závislosti mezi jednotlivými objekty. Tyto programy jim umožňují lépe pochopit zkoumaný matematický problém a lépe si osvojit potřebné znalosti. To úzce souvisí s pojmem vizualizace.

2.4.1.1 Rizika při používání programů dynamické geometrie

Mimo výše uvedené nevýhody při využívání výukových programů lze ještě přidat ty, které se týkají dynamické geometrie. Z výzkumu, který sledoval přípravu učitelů na použití softwarů dynamické geometrie, vyplynula zajímavá zjištění (Hošpesová, 2011, str. 161):

- učitelé měli největší obavy z toho, jak technicky zvládnou práci s programem, téměř nikdy nezazněla obava s neporozuměním, jak „funguje matematika“ reprezentovaná počítačovým výukovým programem – a právě nepochopení toho, že princip práce v počítačové aplikaci není stejná jako matematika školní, je častou příčinou nezdaru při vytváření dynamických figur

Odlišnost počítačové geometrie od klasické geometrie s tužkou a papírem spočívá především ve vnímání obou odlišných metod. Na rozdíl od klasické geometrie se v počítačové geometrii objevují pojmy jako dráha, rychlost bodu, rovnoměrný pohyb, což mění i způsob uvažování při řešení úloh. Dynamickou geometrii lze chápat jako část geometrie, při níž pohyb bodu nebo jiného útvaru vede k vyřešení úlohy nebo k podstatnému vhledu do problematiky.

- při konstruování úloh, které se na školách rýsují za pomoci tužky a papíru byly pozorovány některé opakující se chyby – učitelé nebrali dynamiku vůbec v potaz, učitelé správně používali geometrické nástroje v počítačové aplikaci, ovšem výsledné figury byly statické, výsledné figury byly vytvářeny s předpokladem dynamiky, ovšem s různými chybami, které způsobovaly zhoršení figur při manipulaci

2.4.1.2 Výukové metody při práci s dynamickou geometrií

Nezkušenost s prací s výukovým dynamickým programem přináší úskalí, jak vlastně výukový software použít, když se učitel rozhodne k jeho využití. Z výše zmíněného výzkumu se ukázalo, že takové moderní výukové metody lze rozdělit do čtyř hlavních skupin: (Hošpesová, 2011)

1. zkonstruování tradiční konstrukční úlohy v počítači
2. materiál k podpoře výkladu učitele (projekce, využití manipulace s figurou)
3. sada úloh pro individuální práci žáka s počítačem (metodický list)
4. úlohy s použitím pohybu, návrh na experiment nebo na projekt

2.4.1.3 Příprava učitelů k práci s dynamickým softwarem

Podle výsledků zmíněných výzkumů (Hošpesová, 2011) je třeba klást důraz na důsledné se seznámení se s matematikou tak, jak je v počítači reprezentována, a na nácvik manipulace s dynamickými objekty. To je základní zručnost učitele nutná ke kontrole správnosti žákovské práce a k odhalování chyb v řešení úloh. Důležitou je schopnost umět vybrat vhodné aktivity, což nejde bez znalosti výukových nástrojů. Použitím technologií se totiž mění nejen způsob předávání vzdělávacího obsahu, ale i sám obsah výuky. Možnosti počítačů přinášejí nové možnosti, které mohou žáky vést k tvořivosti, přemýšlení nebo ke zpřesňování jejich matematického uvažování.

Proč je pro žáky práce s dynamickými softwary důležitá, naznačuje další pojem týkající se dynamických prvků. Tímto pojmem je vizualizace.

2.4.1.4 Vizualizace

Vizualizaci lze rozumět jako zrakové představě, která zobrazuje skutečnost. Proč je ale pro žáky tak důležitá?

Člověk má neomezenou schopnost si pamatovat, ovšem disponuje pouze omezenou tzv. aktivní pamětí, kterou při učení nedokáže překročit. Učí-li se žák nějaký nový abstraktní pojem, velkou část své aktuální paměťové kapacity spotřebovává na představování si dané situace, na které učitel pojem vysvětluje. Slabší žáci tuto kapacitu snadno vyčerpají, takže již nejsou schopni intenzivně přemýšlet. Vizualizace pomáhá část aktuální paměti uvolnit ve prospěch dalších mentálních činností (indukce,

abstrakce, komparace, dedukce, symbolizace atd.). Žák je tedy schopen podat lepší výkon. (Formánek, 2007)

Vizualizaci podporují ve velké míře právě již zmíněné dynamické geometrické programy – jedním z nich je i program, který byl využíván při tvorbě www výukových stránek na středoškolské úrovni. Tento program se nazývá GeoGebra.

2.4.2 GeoGebra

GeoGebra patří do skupiny dynamických softwarů. Jedná se o relativně nový nástroj; byla představena světu Markusem Hohenwarterem v letech 2001 – 2002 jako součást jeho diplomové práce na univerzitě v Salzburgu. Jeho cílem bylo vytvořit program, který by spojoval dynamickou geometrii se silou a vlastnostmi počítačového výpočetního systému. Program se díky svým vlastnostem stal velice oblíbeným a začal se rozšiřovat po celém světě, na začátku především v univerzitním prostředí. GeoGebra během své krátké kariéry posbírala již řadu ocenění, která ukazují na její popularitu.

2.4.2.1 O programu

Vývoj programu GeoGebra je velice dynamický. S postupným vývojem programu se o něj začalo zajímat více a více odborníků, což mělo za následek další rozvoj softwaru. Od roku 2002, kdy se program poprvé objevil na internetu, vznikly další upravené verze. Každá z nových verzí přinesla něco nového, nějaké zajímavé rozšíření nebo nějaký nový nástroj. Více informací lze najít na adrese. V současné době (březen 2013) je k dispozici verze GeoGebra 4.2, která se objevila na konci roku 2012.

Velký počet uživatelů společně s webovým zázemím programu přináší hned několik výhod. Na webových stránkách programu lze najít odkaz na GeoGebraTube, která je neustále doplňována o různorodé aplety uživateli z celého světa. Každý uživatel si zde může zřídit profil, na kterém může postupně zveřejňovat své vlastní aplety a vytvářet si vlastní sady materiálů dle zaměření. (Havelková, 2010, str. 21)

2.4.2.2 Prostředí programu

Na obrázku 2 je vidět pracovní prostředí programu GeoGebra jedné ze starších verzí. Novější verze pracují ve stejném prostředí, vylepšení, kterých se týkají, nejsou na první pohled zřejmá.



Obr. 2: Pracovní prostředí GeoGebry

Pracovní prostředí se skládá z pěti základních částí: grafického okna, lišty nástrojů, algebraického okna, vstupního pole a lišty s menu (základní nabídkou). Další důležitý prvek je ve všech verzích GeoGebry umístěn v pravém dolním rohu – část s nápovědou, která obsahuje všechny funkce a příkazy programu. V další části práce jsou stručně popsány základní části programu:

1. grafické okno (pracovní prostředí GeoGebry)

V tomto okně se zobrazují konstruované objekty, které pak můžeme nástroji GeoGebry měnit.

2. lišta nástrojů

Tato nabídka obsahuje nástrojové sady, které obsahují jednotlivé nástroje geometrie, jako jsou přímky, kuželosečky, mnohoúhelníky a další. Součástí této

nabídky jsou i šipky umožňující posouvání v konstrukcích zpět i dopředu, nápověda a tlačítko pro rychlé předvolby.

3. algebraické okno

Algebraické okno pracuje s objekty, které se zobrazují v grafickém oknu (pracovním prostředí GeoGebry). Jsou to objekty volné (mohou být měněny přímo uživatelem) nebo závislé (ty nemohou být měněny přímo uživatelem, ale mění se změnou objektu, na kterém závisí). V tomto oknu jsou objekty zobrazovány algebraicky.

4. vstupní pole

Pomocí vstupního pole lze algebraicky zadávat nejrůznější geometrické objekty, které se poté zobrazují v okně grafickém. Ke konstruování objektů lze tedy kombinovat vstupní pole a lištu nástrojů.

5. lišta s menu (základní nabídka)

Tato nabídka obsahuje velké množství položek, které slouží k základnímu ovládání programu, jako ukládání souboru, tisk souboru, export do různých formátů, změna jazyku aplikace, změna vzhledů geometrických objektů a další.

Manuál pro práci s programem včetně dalších pomocných materiálů lze najít na domovských stránkách GeoGebry [1] nebo její české verzi [3] v části „Nápověda“.

2.4.2.3 Výhody GeoGebry

- cena

I přes velký rozvoj programu GeoGebra, zůstává jeho používání nezpлатněno. Proč tomu tak je, nejlépe vysvětluje sám autor Markus Hohenwarter: „GeoGebra je volně dostupný software, protože věřím, že samo vzdělání by mělo být volně dostupné. Naše filozofie umožňuje přesvědčit učitele alespoň tento nástroj zkusit, přestože ve svých hodinách nikdy dříve informační a komunikační technologie nevyužívali. Navíc, někteří z nich překládají program do jiných jazyků, sdílejí své vlastní materiály na webových stránkách a odpovídají v uživatelském fóru na otázky jiných – zdarma, samozřejmě“. (Preiner, 2008, str. 3)

- spojení dvou typů matematických vzdělávacích softwarů
 - a. Programy dynamické geometrie (v angličtině dynamic geometry software)
 - programy, které dovolují uživatelům vytvářet a dynamicky upravovat euklidovské konstrukce. Geometrické vztahy a vlastnosti mezi objekty v konstrukcích jsou zachovávány, protože manipulace s jedním objektem zároveň modifikuje i objekty na něm závislé. Některé geometrické programy dokonce umožňují práci se základními algebraickými vlastnostmi
 - zobrazují např. rovnice přímek nebo další matematické výrazy, které obvykle nemůže uživatel měnit. (Preiner, 2008, str. 37)
 - b. Programy zaměřené na algebru (v angličtině computer algebra systems).

Jedná se o programy, které se zabývají algebrou, analytickou geometrií a diferenciálním počtem. Používáním rovnic geometrických objektů dokážou programy zaměřené na algebru rozhodnout o vzájemné poloze takových objektů a zobrazit jejich grafické znázornění. Některé z těchto programů dokážou vykreslit explicitně (nebo i implicitně) zadané rovnice. Geometrická znázornění obvykle nemohou být u většiny těchto programů přímo měněna uživatelem. (Preiner, 2008, str. 37)
- vektorová grafika

Program GeoGebra pracuje především s vektorovou grafikou (umí ale exportovat i do formátů rastrové grafiky), což je výhodné z didaktického a uživatelského pohledu. Např. obrázky vytvořené ve vektorových formátech se nechají libovolně zvětšovat, aniž by ztrácely kvalitu obrazu. Rastrové formáty se při zvětšení rozostřují, ztrácejí na kvalitě a pro uživatele se může práce stát nepřehlednou.

GeoGebra je považována za určitý revoluční nástroj, protože spojuje oba typy zmíněných typů matematických výukových softwarů do jednoho programu. V prostředí GeoGebry můžeme pomocí zadávání algebraických a číselných výrazů sestavovat odpovídající grafy a na druhé straně sestavováním grafů můžeme získat algebraické předpisy odpovídající jejich geometrické interpretaci. Možnost propojovat geometrii s algebrou oběma směry byla do určité míry nová, ale v každém případě v GeoGebře je toto propojení na velice vysoké úrovni. V posledních letech byl navíc

program doplněn o další matematické disciplíny – znázornění grafů, statistiku, tabulky nebo infinitezimální počet.

2.4.2.4 Využití GeoGebry ve výuce matematiky

Zařazování GeoGebry nebo jí podobných programů může mít několik důvodů. K těm nejpřednějším patří:

- využití programu při prezentacích, výkladu látky – lze využívat přímo prostředí GeoGebry, obrázky nebo dynamické aplety vytvořené v programu
- zvýšení motivace u žáků – žáci mají v oblibě pracovat s počítačem, jsou na tuto práci zvyklí většinou ze školy i z domova a matematika jim pak může přijít bližší
- přenechání odpovědnosti na žáky – žáci samostatně pracují s programem a řeší zadané příklady, vymýšlejí postup řešení úloh
- podpora matematických interakcí mezi žáky, žáci diskutují, řeší úlohy společně, vymýšlejí řešení a následně analyzují správnost svého postupu

2.4.2.5 Nevýhody GeoGebry

I přes nesporné výhody programu lze zmínit i určité nevýhody, které není vhodné opomíjet. Lze zmínit čtyři nejpodstatnější:

- Nutnost použití ICT technologií. I v dnešní době mohou být žáci, kteří doma počítač nemají. Nebo může být škola, která nemá potřebné vybavení.
- Java – program vzniknul v programu Java, se kterou pracuje velké množství dynamických softwarů. Během testování vytvořených www stránek se vícekrát objevily problémy s načítáním GeoGebra java apletů. I přes popis, jak problém vyřešit, se ne vždy aplety zobrazovaly korektně.
- Opomínání klasických dovedností u žáků. Větší užívání ICT nástrojů by mohlo jít na úkor klasických matematických dovedností spojených s tužkou, papírem nebo pravítkem. Je vhodné zachovat oba přístupy a ty vhodně kombinovat.
- Nedostatečná připravenost učitelů i žáků pracovat s dynamickým softwarem typu GeoGebry. Pokud učitelé nebo žáci neumí s programem zacházet a nemají motivaci k tomu situaci změnit, pak je lepší tyto programy raději při matematice nepoužívat.

3 Výhody a nevýhody ICT technologií při výuce matematiky

V této části diplomové práce lze najít základní informace o tom, čím mohou být ICT technologie v hodinách matematiky či při domácí přípravě prospěšné a jak se jich nechá využívat. Níže uvedený seznam ukazuje nejdůležitější možnosti studentů i učitelů, které jim vlastnosti ICT technologií přinášejí. Výhody i nevýhody vycházejí z předchozích kapitol diplomové práce a shrnují nejpodstatnější informace.

3. 1 Výhody ICT technologií při výuce matematiky

Využití ICT technologií ve výuce umožňuje řadu výhod. Nejdůležitější možnosti jejich využití lze shrnout do následujícího přehledu: (Strnad, 2011)

- Vyhledávání, výběr a interpretace informací týkající se matematiky. Díky internetu, výukovým CD nosičům a dalším IT technologiím se jedná o velice pohodlnou metodu, jak získávat informace. Stejně jako u jiných způsobů vyhledávání informací je nutné umět rozlišovat mezi kvalitními a nekvalitními materiály.
- Rozpoznávání vzorců, vztahů a chování matematických struktur. Nejrůznější výukové stránky i jiné technologie mohou čtenářům pomáhat k lepšímu porozumění konkrétní problematice. K tomu slouží jak programy se statickými prvky (texty, obrázky,...), tak programy dynamické pracující s dynamickou matematikou.
- Modelování situací, stanovování hypotéz a jejich ověřování. K modelování situací jsou velice vhodné již zmiňované dynamické programy, čtenář sám může v dynamických konstrukcích objevit vztahy, které nejsou vidět na první pohled. Hypotézy i jejich ověření lze vytvářet například v tabulkových editorech, které umožňují pracovat s velkým množstvím dat, nebo rovněž v programech dynamické geometrie.
- Přezkoumání a úprava práce pro zlepšení kvality. IT technologie umožňují kontrolu a následnou úpravu práce. Jako příklady takových nástrojů lze uvést textové editory, tabulkové editory, dynamické programy, elektronické materiály pro výuku matematiky,...

- Hodnocení práce. ICT technologie mají velké množství nástrojů, pomocí nichž lze hodnotit práci a její výsledky. Jako příklad můžeme uvést například tabulkové editory, které umožňují interpretaci výsledků formou grafů.
- Komunikace s ostatními a prezentování informací. Podpora výuky matematiky může probíhat i pomocí nejrůznějších matematických fór, diskusí nebo díky programům, které umožňují vytvářet prezentace. Prezentační dovednosti patří více a více k dovednostem, které se vyžadují od studentů všech typů škol.
- Zlepšení produktivity práce. Nástroje ICT pomáhají svými možnostmi ke zlepšování produktivity práce, umožňují určovat výsledky, nacházet vztahy či vlastnosti, které by se bez jejich použití musely složitě objevovat.
- Kreativita a odpovědnost za svou práci. Využití ICT technologií umožňuje uživateli i velkou míru tvůrčí iniciativy. Za pomoci nástrojů softwarů ICT se může uživatel soustředit převážně na své myšlenky. O to, jak myšlenky vyjádřit, se již postarají tyto nástroje.
- Získání důvěry a nezávislosti. Používání ICT technologií také u uživatele podporuje zisk důvěry. Pokud si uživatel osvojí práci s nějakým softwarem, je to pro něj povzbuzující a motivující. To může vést ke zvýšení sebevědomí, důvěry a nezávislosti.
- Experimentování a učení se díky zpětné vazbě. Zpětná vazba je velice silným nástrojem při nejrůznějších lidských činnostech. Ne jinak je tomu při procesu učení. Ať už se jedná o zpětnou vazbu směrem od učitele k žákům nebo od žáka k učiteli. Zpětnou vazbu umožňují i nástroje ICT technologií. Jako příklad lze uvést webové sbírky příkladů, které obsahují řešení i postupy řešení. K experimentování jsou vhodné matematické programy, které umožňují uživateli vyvářet hypotézy, ověřovat je, a tak kontrolovat postupy řešení úloh.
- Logické myšlení a rozvíjení problému, což zlepšuje jejich matematickou dovednost. Materiálů rozvíjejících logické myšlení lze najít velké množství. Ať už se jedná o úlohy podporující logické myšlení, testy zaměřené na logiku nebo jiné materiály.
- Pozorování, zkoumání a vysvětlení jevů a závislostí mezi čísly, tvary nebo objekty. Jako vzorový příklad zde mohou posloužit dynamické matematické

programy. Například program GeoGebra umožňuje velký prostor pro takové zkoumání. Více o výhodách tohoto programu lze najít v části diplomové práce „GeoGebra“.

- Získávání nové slovní zásoby zaměřené na matematiku. Díky elektronickým materiálům si uživatel zároveň osvojuje novou slovní zásobu. Ve vhodných materiálech jsou tyto nové výrazy dobře vysvětleny, a čtenář tak může rozvíjet své matematické znalosti.

3.2 Nevýhody ICT technologií při výuce matematiky

Ruku v ruce s velkým využitím ICT technologií se objevují i jejich nevýhodné stránky. Mezi ty nejpodstatnější lze zařadit tyto: (Strnad, 2011)

- Existence škol a rodin, které tyto technologie nevyužívají nebo je nemohou z nejrůznějších důvodů využívat.
- Vzdělanost učitelů – neustále jsou učitelé, kteří neradi pracují s těmito technologiemi, ať už z důvodu nedostatečných potřebných vědomostí nebo prostě nemají chuť využívat je a dávají přednost klasickým vzdělávacím metodám. A to i přesto, že v dnešní době je nabídka kurzů týkajících se matematiky s použitím ICT velmi pestrá a bohatá.
- Obrazové materiály – na našich školách se téměř neučí, jak pracovat s obrazovým materiálem, a pokud se mezi didaktiky o této problematice mluví, pak zpravidla jen o problému názornosti ve vyučování. (Dvořák, 2006) Využití obrazových materiálů je popsáno podrobněji v následující části práce.
- Opouštění klasických dovedností ve výuce – ruku v ruce s používáním ICT technologií je i menší prostor pro klasické školní aktivity jako počítání na papíře nebo rýsování. Nadměrné využívání nástrojů ICT může vést k zanedbávání těchto důležitých dovedností. Proto je třeba hledat jistý kompromis a ICT technologie používat s rozumem.

3.2.1 Využití obrazového materiálu pro učení

„Většina textů, z nichž se člověk učí, má nejméně dvě stránky: verbální a nonverbální. Verbální učení je v psychologii předmětem výzkumu již téměř sto let, zatímco učení

z obrazového materiálu se systematicky zkoumá teprve posledních 20 let“. (Čáp, Mareš, 2001)

Ve školách se žáci učí systematicky číst, ale mnohem méně se učí učit se čtením textu. Tímto se žáci naučí text přečíst, ale neumějí z něj získat informace, text zpracovat (aktivně pracovat s textem). Obrázek nebývá předmětem detailního rozboru: učitel neprobírá s žáky, jak si obrázek odborně prohlížet, podle jakých pravidel je koncipován, co všechno obraz sděluje nebo jak takový obrázek samostatně nakreslit.

Stejně jako o lidech ngramotných (ti, co neumějí číst a psát) mluví zahraniční výzkumy o lidech obrazově ngramotných. Jsou to lidé, kteří nedokážou porozumět obrazovému sdělení, nedokážou informaci „vyčíst z obrázku“. Obecně se pracuje s pojmem vizuální gramotnost².

Učení z obrazového materiálu je podmíněno věkem, ale nezávisí jen na spontánním dozrávání intelektu. Rozvoj myšlení současně závisí na způsobu, jímž je vývoj dítěte systematicky ovlivňován, i na podnětnosti prostředí, v němž dítě žije. (Dvořák, 2006)

Z výše zmíněných důvodů je nonverbální stránka textů obtížněji uchopitelná. V posledních letech je snaha rozdíl mezi verbální a nonverbální stránkou zmenšit. Ve vyspělých zemích se více a více pozornosti zaměřuje na zkoumání toho, jak se učit z obrazových materiálů. Do výzkumů se zapojují další obory a disciplíny, jako kognitivní psychologie, psychodidaktika, psychologie ilustrace, technologie vzdělávání nebo teorie vizuálních jazyků.

² Vizuální gramotnost je vymezena např. jako schopnost porozumět (číst) a používat (vytvářet) obrazy, myslet a učit se v termínech obrazů. Vizuální gramotnost může být definována jako soubor dovedností, jimiž disponuje jedinec, aby porozuměl vizuálnímu obrazu a dokázal jej používat k záměrné komunikaci s jinými lidmi. (Dvořák, 2006, str. 21)

4 Zmapování současného stavu www stránek na výuku matematiky

Prvním krokem před začátkem vytváření www výukového portálu bylo zmapování situace na internetu. To bylo důležité z hlediska zjištění, jaké výukové materiály se v současnosti objevují na internetu a jakou formou jsou koncipovány. Tvorba www projektu, který již existuje nebo je stejně tematicky zaměřen, by nebyl vhodným počinem. V této části práce jsou popsány nejzajímavější matematické webové stránky, které byly při vyhledávání nalezeny. Vyhledáváno bylo za pomoci vyhledávače Google. Nebylo cílem této části vyhledat co nejvíce zdrojů, plánem bylo vyhledat zdroje, které nějakým způsobem mohou být prospěšné při výuce matematiky nebo pro její podporu. Rešerše je zaměřena na zdroje, které alespoň částečně souvisí s výukou funkcí a navazuje na rešerši provedenou v rámci bakalářské práce.

Většina z prohledávaných www stránek je koncipována tradičním způsobem, výklad – cvičné příklady (řešené i neřešené) většinou doprovázené statickými obrázky. Je škoda, že není více využíváno již zmiňovaných dynamických softwarů. Především u témat z oblasti geometrie a v některých případech i algebry (funkce, derivace,...) je použití dynamických konstrukcí velice přínosné. Tyto dynamické aplety stránky ožíví a čtenáře přitáhnou a motivují ho tak, aby stránky využíval i v budoucnu.

4.1 Www stránky zabývající se matematikou

V následující části diplomové práce lze najít nejzajímavější www výukové stránky zaměřené na matematiku, které byly objeveny v rámci internetové rešerše. Většina z těchto materiálů je vztažena více či méně k tématu „Funkce“, které je předmětem diplomové práce.

1. http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/jaroslav_richter/

Tyto webové stránky jsou součástí diplomové práce vytvořená na Matematicko-fyzikální fakultě, www stránky jsou rozděleny do částí výklad, vzorové příklady a závěrečný test. Ten testuje porozumění každé z kapitol. Při výkladu jsou využívány dynamické aplety vytvořené v programu Java. Www portál je

přehledný a díky dynamickým apletům i velice názorný. Oproti www stránkám www.funkce.eu chybí sbírka příkladů na procvičení látky.

2. <http://www.matweb.cz/>

Webové stránky jsou zaměřené na středoškolskou i vysokoškolskou matematiku (částečně i matematiku základních škol), jedná se o výklad doprovázený statickými obrázky. Www portál je přehledný, čtivý, přesto chybí více příkladů na procvičení a dynamické objekty (alespoň u vybraných témat).

3. <http://www.priklady.eu/cs/index.alej>

Webové stránky jsou koncipované jako sbírka příkladů z matematiky a fyziky, lze tu najít velké množství řešených příkladů z učiva středních škol. Oživením stránek jsou výuková videa, ve kterých jsou vysvětlovány některé z látek matematiky středních škol (kombinatorika, algebraické výrazy a další).

4. <http://mathonline.fme.vutbr.cz/>

Webová prezentace se zaměřuje na matematická témata středních i vysokých škol. Webový projekt je rozdělen do tří hlavních částí – výkladový text, řešené příklady a neřešené příklady. Svým obsahem jsou tyto www stránky zaměřeny více na vysokou školu, proto by mohly být pro žáky středních škol obsahově náročné.

5. <http://matematika-online-a.kvalitne.cz/>

Webové stránky jsou zaměřené na matematiku středních škol (včetně maturitních okruhů). Stránky jsou napsány formou výkladových textů, které jsou doprovázeny „lehčími“ neřešenými příklady. Pro podporu výuky matematiky chybí jak statické obrázky, tak dynamické objekty.

6. <http://www.votruba.in/mat.html>

Rozcestník s odkazy je zaměřen na výuku matematiky na středních školách. Formou hypertextových odkazů se uživatel může dostat k výukovým materiálům (nejčastěji pdf formáty) nebo k výukovým videím. Nevýhodou rozcestníku je nepřehledná orientaci po www portálu, která určitým způsobem ztěžuje orientaci na webu.

7. <http://www.e-matematika.cz/>

Webový portál, který je zaměřený na matematické celky základních, středních i vysokých škol. Obsahuje řešené příklady, vzory písemných prací, sbírku

příkladů a další materiály. Nevýhodou je, že určitá část materiálů je dostupná až po placené registraci. Také chybí více multimediálních prvků.

8. <http://www.nabla.cz/obsah/matematika/>

Webové stránky týkající se více předmětů, včetně matematiky. Zaměřené jsou na látku základních a středních škol. Dostupných materiálů není velké množství, ale nechá se předpokládat, že webový portál bude do budoucna rozšiřován. Lze zde najít např. hezky napsaný „Úvod do funkcí“.

9. <http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/>

Rozcestník, který odkazuje na bakalářské a diplomové práce, které pocházejí od studentů Matematicko-fyzikální fakulty. Obsahově se jedná o velmi kvalitní práce. Součástí těchto stránek je i webový portál týkající se výuky funkcí.

10. http://is.muni.cz/th/248680/prif_r/Rigorozni_zkouska

Na tomto odkazu lze najít rigorózní práci určenou pro učitele a žáky středních škol. Práce je zaměřena na matematické funkce (rovnice, nerovnice, průběh funkce). Skládá se ze dvou částí – programu pro zobrazování funkcí a sbírky řešených příkladů.

11. <http://www.realisticky.cz/ucebnice.php?id=2>

Velice zajímavé výukové stránky, které se pokouší o realistický přístup k výuce matematiky. Autor se snaží o výuku, která je studentům více pochopitelná, a ustupuje od „klasického“ zavádění matematické látky za pomoci definic a vět. Stránky nejsou zatím dokončeny.

12. <http://www.jreichl.com/matematika/vyuka/vyuka.htm>

Tyto webové stránky slouží jako rozcestník na pdf materiály týkající se matematiky především pro střední školy. Www stránky obsahují sbírky příkladů, jejich výsledky a výkladové texty, resp. rozšiřující texty. Sbírkou příkladů obsahuje většinou neřešené příklady.

13. http://www.sgo.cz/stranky_predmetu/mat/Studijni_literatura/Funkce.pdf

Vytvořený výukový www materiál je zaměřený na téma „Funkce“ a pokrývá oblasti matematiky nižších i vyšších gymnázií. Vznikl na gymnáziu Jiřího Wolkerova v Prostějově.

14. <https://sites.google.com/a/primmat.cz/matematika/>

Webová prezentace, která je zaměřená na matematiku pro střední odborné školy. Lze na nich najít výukové materiály, domácí úkoly i další informace. Stránky využívají GeoGebra apletů a formátů pdf.

4.2 Materiály zabývající se tvorbou výukových stránek

Druhým úkolem rešeršní části práce je nalezení zdrojů, které popisují, jak lze výukové materiály vytvářet, jaké jsou možnosti jejich použití nebo podle jakých kritérií lze posuzovat kvalitu výukových materiálů. Z hlediska dostupnosti jsou v rešerši použity materiály, které jsou k nalezení v elektronické podobě. I při této části rešerše byl využíván vyhledávač Google. Při tvorbě www výukového projektu jsou dále sledována pravidla, která lze najít v části diplomové práce „Tvorba www stránek“.

1. <http://zvyp.upol.cz/publikace/lepil.pdf>

Teorie a praxe tvorby výukových materiálů, které vznikly z důvodu zvyšování kvality vzdělávání učitelů přírodovědných oborů. V dokumentu lze najít kapitoly „Výukové materiály a východiska jejich tvorby“, „Učebnice v přírodovědném vzdělávání“, „Výukové materiály pro elektronickou prezentaci“, „Počítačem podporovaný experiment“ a „Technické výukové prostředky“.

2. http://homel.vsb.cz/~s1a64/publikace/kub_sar.pdf

Elektronický příspěvek „Zkušenosti z přípravy multimediálních studijních opor pro výuku matematiky“. V dokumentu autoři popisují vytváření výukových materiálů z oblasti matematiky. V článku lze najít i obecné zásady, jak www výukové materiály tvořit.

3. http://www.tykva.net/files/UJAK/ucebni_pomucky.pdf

V elektronické knize „Učební pomůcky a zásada názornosti“ od autora Jiřího Dostála lze najít informace o učebních pomůckách (včetně elektronických učebních pomůcek). Autor se zabývá otázkami, jaké učební pomůcky pro výuku volit a proč. Důležitou je pro autora zásada názornosti.

4. http://athena.zcu.cz/kurzy/ivda/000/7_vytv_vyuk/kap_71/default.htm

Elektronický příspěvek popisující obecné zásady vytváření výukových materiálů formou www stránek. Autor se v článku zamýšlí nad pravidly týkajícími se textů, barevného provedení nebo navigace při tvorbě výukových www stránek.

5. http://theses.cz/id/3a4ug6/Diplomov_prce.pdf

Diplomová práce zaměřená na tvorbu výukových materiálů s multimediální podporou autora Pavla Lišky. V této diplomové práci lze najít informace o multimédiích ve výuce, o zásadách týkajících se vyučovacího procesu i tvorby elektronických výukových materiálů.

6. „Tvorba multimediálních materiálů pro výuku kartografie“

Je to diplomová práce od autorky Jany Částkové. (Částková, 2010) Práce je věnována tvorbě multimediálních textů pro výuku odborných předmětů. Jsou zde popisovány vybrané způsoby výuky, základní technologie pro tvorbu multimediálních materiálů ve formě webových stránek nebo multimediální prvky a jejich začlenění do výukových materiálů. Důležitou kapitolou je používání obecných didaktických zásad.

Nalezené materiály se ve velké míře zaobírají hlavními zásadami při tvorbě www výukových dokumentů, které se v jednotlivých dokumentech opakují. To ukazuje na to, že materiály jsou kvalitní a nechá se z nich čerpat při tvorbě výukových materiálů.

Provedené rešerše umožňují jednodušší začátek práce s www výukovým portálem. Ukazují, jaké zásady je třeba při tvorbě www projektu dodržovat, jakými pravidly se řídit – a to jak z pohledu didaktického, tak z pohledu technického. Více o těchto zásadách lze najít v další části diplomové práce „Tvorba www stránek“.

5 Tvorba www stránek

Jedním z hlavních cílů diplomové práce je vytvoření www podpory zaměřené na výuku matematiky (konkrétně funkcí) na střední škole. V této části práce je popsáno, jak www stránky vznikaly, jak jsou členěny nebo s jakými problémy byl jejich vznik doprovázen. Www stránky jsou napsány v jazyce html³ a php⁴. Při tvorbě www stránek byly dodržovány níže zmíněné zásady pro vytváření webových projektů.

Stránky jsou dostupné na internetové adrese www.funkce.eu.

5.1 Zásady tvorby webových stránek

Při vzniku webových projektů je důležité respektovat základní zásady, které se při tvorbě materiálů v elektronické podobě mají používat. Tato pravidla určují zejména, co by na stránkách nemělo chybět, jaká by měla být jejich grafická úprava nebo naopak, co by na stránkách být vůbec nemělo. Zásady se týkají především důležitých informací, které mají být na stránkách k nalezení, textu po obsahové stránce nebo technických či grafických náležitostí.

5.1.1 Kritéria pro evaluaci www výukových stránek

- Důležité informace:
Na stránkách by mělo být možné nalézt následující informace – název stránky, URL⁵, zaměření stránek (obsah stránek), cílovou skupinu (pro koho je materiál určen), datum vzniku nebo datum poslední aktualizace, jméno autora s kontaktem (emailovou adresou).
- Didaktické aspekty:
 - a. prostředky prezentace (text, grafika, interaktivní nebo multimediální prvky)
 - b. komunikační prostředky (nejčastěji emailová adresa, chat, diskusní fórum)
 - c. zpětnovazební prostředky (testy, úlohy k jednotlivým tematickým celkům, výsledky úloh)
 - d. didaktické nástroje (výkladový text, simulace jevů, didaktické hry)

³ HyperText Markup Language – značkovací jazyk sloužící k obohacení textu o dodatečné informace

⁴ PHP Hypertext Preprocessor – skriptovací jazyk sloužící především pro programování dynamických www stránek

⁵ URL - Uniform Resource Locator – přesná identifikace dokumentů na internetu

- e. výukové zdroje (odkazy na další výukové stránky, případně na vnější zdroje – literatura)
- Technické aspekty:
 - a. použitelnost – jasný obsah webu, zřetelná navigace (menu), dostatečná velikost písma, struktura za pomoci nadpisů, příjemné grafické prostředí, odlišené hypertextové odkazy, odkazy na úvodní stranu
 - b. přístupnost – přístupný web je takový, který zohledňuje práci s různými uživateli (sluchově, zrakově či pohybově handicapovanými) nebo s různými prohlížeči (ne v každém prohlížeči se kód zobrazí podle představy) i s různým hardwarovým zařízením (mobilní telefon) – bezpečné barvy, kontrast textu, nezávislost platformy, optimalizace pro vyhledávače – SEO
 - c. zdrojový kód – validita kódu – norma W3C⁶
 - d. úvodní stránka – název, zaměření webových stránek, kontakt, poslední aktualizace
 - e. nápověda – pro snadné procházení stránek
- Pedagogické uplatnění
 - a. organizační formy výuky (frontální výuka, projektová výuka, skupinová práce, individualizované vyučování)
 - b. výukové přístupy (instruktivní × konstruktivní)
 - c. výukové aktivity (získání a třídění informací, analýza dat k řešení úloh)

Většina z výše zmíněných pravidel byla dodržována při tvorbě výukového portálu. Důraz byl kladen zejména na zásady použitelnosti a přístupnosti. Z nejdůležitějších použitých zásad lze jmenovat tyto:

- Na stránky byly umístěny všechny důležité informace, viz část „Zásady tvorby webových stránek“.
- Obsah (matematická část) stránek byl přebírán od známých a uznávaných matematiků, viz část „Seznam literatury“. (Bartsch, 2006), (Polák, 1991).
- Při grafické tvorbě stránek byly zvoleny barevné kombinace, aby stránky na uživatele působily příjemně (není např. dobré používat syté barvy).

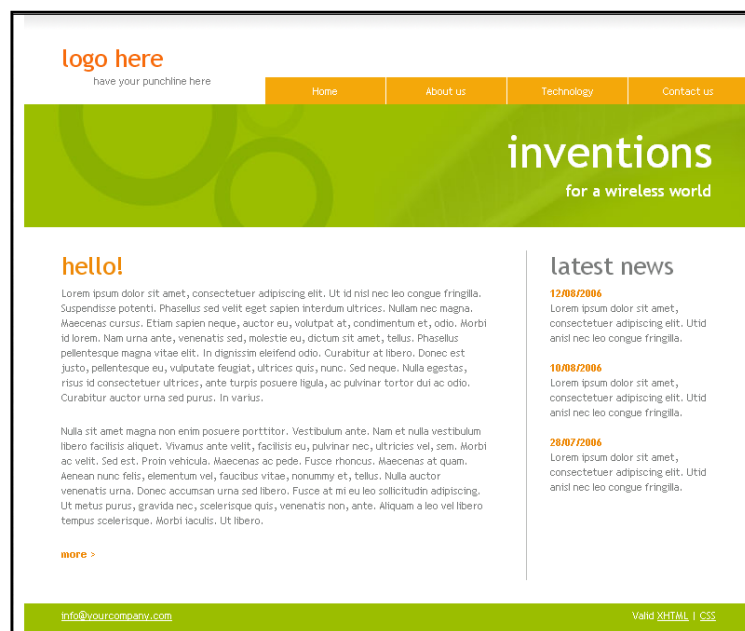
⁶ W3C - World Wide Web Consortium - mezinárodní sdružení, jehož hlavním úkolem je dohlížet na vývoj internetových standardů – vytvoření normy internetových standardů

- Web je vzájemně propojen hypertextovými odkazy do kompaktního celku (jednotlivé stránky odkazují na další stránky webového projektu).
- Zvolena byla jednoduchá navigace po stránkách, každá stránka webové prezentace je přístupná na maximálně 3 kliknutí.
- Velikost žádné stránky nepřesáhla hranici 70 kB, což je hraniční hodnota udávána pro pomalé načítání stránek.

5.2 Použitá grafika

Otázka grafického ztvárnění webové aplikace není lehkou záležitostí, zejména pro webové tvůrce, kteří nemají zcela vyvinuté grafické cítění. Tento problém byl řešen i při tvorbě webového výukového projektu.

Proto byla pro webovou výukovou prezentaci použita jedna ze šablon, kterých je na internetu dostupných nepřeberné množství. Šablona je dostupná na www stránkách www.oswd.org. Tato šablonu (obr. 3) byla za pomoci kaskádových stylů css přizpůsobena k výukovým účelům.



Obr. 3: Šablona webové stránky

5.3 Obsah a struktura

Cílem vytvoření www výukového portálu je výuka matematiky, resp. podpora výuky funkcí středoškolské matematiky. Www stránky by měly sloužit jako průvodce studentů ve světě funkcí, se kterými se na střední škole setkají. Pokud některá z důležitých kapitol nebyla začleněna do těchto stránek, stránky koncového uživatele směřují na jiné výukové www stránky nebo na materiály v elektronické podobě (např. stažení pdf). Z hlediska matematického obsahu je důležité čerpat z autorů, které mají zkušenosti s psaním matematických textů nebo příkladů. Proto na webových stránkách bylo vycházeno ze známých tvůrců matematických učebnic a sbírek příkladů: (Polák, Odvárko, Bartsch, Petáková) – viz „Seznam literatury“. Ve webové prezentaci jsou popisovány níže vyjmenované typy středoškolských funkcí.

Www stránky jsou rozděleny do čtyř hlavních částí: (obr. 4)

- hlavička s horním menu – je tvořena základním bannerem a horním menu
Horní menu: položky „Home“, „GeoGebra“ (základní informace o používaném softwaru), „GeoGebra – ovládání“ (základní manipulace s programem) a „Odkazy“ (odkazy na další výukové matematické stránky a odkazy související z programem GeoGebra)
- levé menu – obsahuje funkce a jejich vlastnosti, se kterými se pracuje, v úvodu lze najít základní informace o funkcích, o operacích s nimi a jejich základních vlastnostech
 - a. funkce jsou rozděleny podle jednotlivých typů do 9 hlavních částí (mocninné, lineární, kvadratické, lineární lomené, goniometrické, cyklometrické, exponenciální, logaritmické a funkce s absolutní hodnotou), část prostoru je věnována i funkcím kubickým, funkci signum a funkci celá část, jedna z částí se zabývá vyšetřováním průběhu funkce
 - b. každá z hlavních částí je dále rozdělena do 3 částí: „Vlastnosti funkce“ (výklad o jednotlivých typech funkcí), „Význam koeficientů funkce“ (vytvořené GeoGebra dynamické aplety), „Sbírka příkladů“ (+ cvičné příklady)

- pravé menu – je částí pracovní, zde se zobrazují výklady, dynamické aplety nebo obrázky podporující výuku
- patka – obsahuje doplňující informace – autora, kontakt na autora, datum poslední aktualizace nebo odkazy na nástroje zkoumající validitu zdrojového kódu



Obr. 4: Základní rozdělení webového portálu

5.3.1 Levé menu – menu nabídky

V tomto odstavci lze najít podrobnější informace o tom, jak se orientovat v levé části menu, která je zároveň se základní nabídkou, co se týče matematického obsahu. Klikáním myši na tuto nabídku lze měnit www stránky v pracovní části webového projektu – viz „Pravé menu“.

5.3.1.1 Výkladová část

Jednou ze základních součástí levého menu jsou výkladové části. Lze zde najít výklad o funkcích, o jejich základních vlastnostech a důležitých pojmech, na které při výuce funkcí žák jistě narazí. Z výsledků výzkumné části – viz část diplomové práce „Výzkum“ – vyplynulo, že právě tato část bude v dalším průběhu doplňována a vylepšována

o matematický obsah a názorné statické i dynamické prvky, derivace funkce, limitu funkce, grafické řešení rovnic, vložení názorných grafů, kdy se jedná nebo nejedná o graf funkce atd.

Mimo tyto výkladové části levé menu obsahuje výklad k jednotlivým typům funkcí. Jedná se o kompletní rozsah funkcí středoškolské matematiky. Výklady jsou doprovázeny převážně statickými obrázky ve dvou formátech (png, svg), v některých případech i dynamickými GeoGebra aplety (např. funkce goniometrické – jednotková kružnice).

5.3.1.2 Význam koeficientů funkce

Díky této záložce si čtenář může prohlédnout, jaký vliv mají koeficienty v obecném předpisu funkce na její graf. Koeficienty uživatel může sám nastavovat pomocí posuvníku – viz další část práce „Pravé menu“. Dynamické aplety jsou pro své vlastnosti jedním z klíčových didaktických prvků vytvořené webové prezentace.

5.3.1.3 Sbírka příkladů

Část, která vznikla rozšířením původní bakalářské práce, je „Sbírka příkladů“. K téměř všem typům funkcí bylo vytvořeno přibližně 20 řešených příkladů, které byly rozděleny podle matematického obsahu do patřičných kategorií. Jak je sbírka příkladů koncipována, je názorně vidět z obr. 5.



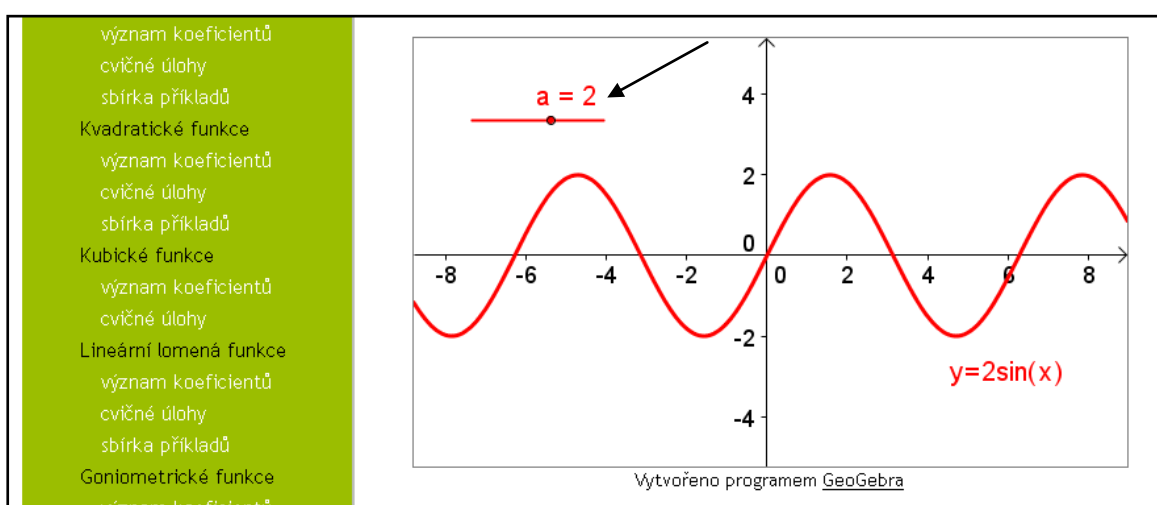
Obr. 5: Sbírka příkladů – lineární funkce

5.3.2 Pravé menu – pracovní část

V této části práce je ve stručnosti představena práce v pravém menu, které je zároveň pracovní částí webového portálu. Práce v této části webových stránek je pro uživatele klíčová z hlediska využití www výukových stránek. Proto jí je věnován větší prostor na rozdíl od ostatních částí. V pravém menu lze najít základní prvky pracovní části webových stránek. Je zde popsáno, jak se pracuje s dynamickými aplety nebo jak se čtenář může orientovat ve sbírce příkladů. Pro lepší vzhled jsou jednotlivé části doprovázeny názornými obrázky. Nejvíce je při práci na www stránkách využíváno hypertextových odkazů, které směřují čtenáře k dalším informacím.

5.3.2.1 Význam koeficientů – dynamické aplety

Na obr. 6 je vidět tvar jednoho z dynamických apletů, které jsou použity na www stránkách. Šipka ukazuje na posuvník, který za pomoci tažení myši, mění hodnoty koeficientů v předpisech funkcí. Pod grafem funkce je ukotven předpis funkce vytvořený v GeoGebře s využitím programu LaTeX.



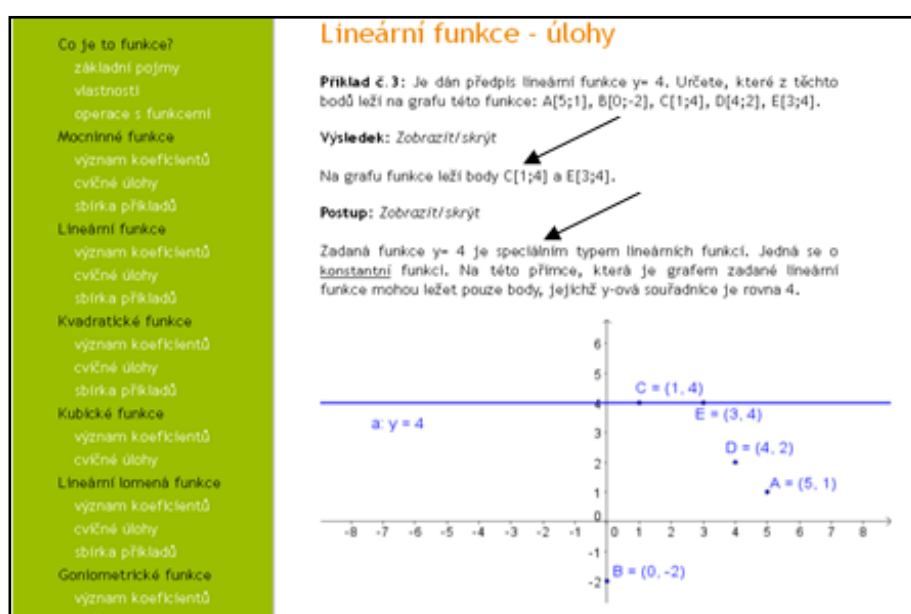
Obr. 6: Práce s parametrem v GeoGebra apletu

5.3.2.2 Sbírka příkladů – zobrazování postupů a výsledků příkladů

Jednotlivé části sbírky příkladů obsahují řešené příklady. Pomocí myši kliknutím na odkazy „Výsledek: Zobrazit/ skrýt“, resp. „Postup: Zobrazit/ skrýt“ lze řešení, resp. postup příkladu zobrazovat a skrývat podle potřeby. Na obr. 7 a 8 lze vidět, jak pracovní prostředí vypadá před a po zobrazení výsledků a postupů řešení.



Obr. 7: Sbírka příkladů – zobrazování výsledků a postupů řešení



Obr. 8: Sbírka příkladů – zobrazování výsledků a postupů řešení

5.3.2.3 Odkazy sloužící k propojení webových stránek

K ucelenosti a snadné orientaci po webovém projektu byly použito množství hypertextových odkazů, které podle potřeby směřují uživatele na různé části webu. Jak fungují tyto odkazy lze vysledovat z obr. 9 a 10.

Funkce

s využitím programu GeoGebra

- Co je to funkce?
 - základní pojmy
 - vlastnosti
 - operace s funkcemi
- Mocninné funkce
 - význam koeficientů
 - cvičné úlohy
 - sběrka příkladů
- Lineární funkce
 - význam koeficientů
 - cvičné úlohy
 - sběrka příkladů
- Kvadratické funkce
 - význam koeficientů
 - cvičné úlohy
 - sběrka příkladů
- Kubické funkce
 - význam koeficientů
 - cvičné úlohy
 - sběrka příkladů

Exponenciální funkce - úlohy

Příklad č. 15: Sestrojte do jednoho obrázku graf funkce $y = 5^{x-2} + 1$ a její inverzní funkce. Určete jejich definiční obor a obor hodnot.

Výsledek: Zobrazit/skrýt

Postup: Zobrazit/skrýt

Inverzní funkci zjistíme tak, že zaměníme proměnné y a x a ze vzniklé rovnice vyjádříme neznámou y .

Platí, že definiční obor původní funkce je oborem hodnot funkce k ní inverzní a naopak. Více najdete [zde](#).

K tomu, abychom mohli hledat inverzní funkci, musí být původní funkce prostá.

V našem příkladu funkce prostá bude, protože se jedná o funkci exponenciální, která roste v celém definičním oboru.

Obr. 9: Odkaz na prostou funkci

Funkce

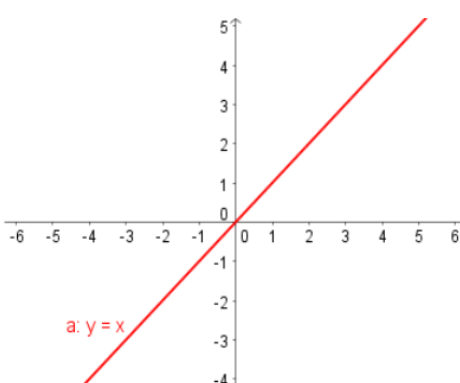
s využitím programu GeoGebra

- Co je to funkce?
 - základní pojmy
 - vlastnosti
 - operace s funkcemi
- Mocninné funkce
 - význam koeficientů
 - cvičné úlohy
 - sběrka příkladů
- Lineární funkce
 - význam koeficientů
 - cvičné úlohy
 - sběrka příkladů
- Kvadratické funkce
 - význam koeficientů
 - cvičné úlohy
 - sběrka příkladů
- Kubické funkce
 - význam koeficientů
 - cvičné úlohy
 - sběrka příkladů

Prostá funkce

Na obrázku máme příklad **prosté funkce** $f(x) = x$. Proč je prostá? Protože nenajdeme žádné dva body, ve kterých by funkce měla stejnou funkční hodnotu.

Např. v bodě $x=1$ máme funkční hodnotu $f(x)=1$, v bodě $x=2$ $f(x)=2$ nebo v bodě $x=-1$ hodnotu $f(x)=-1$.



The graph shows a Cartesian coordinate system with the x-axis ranging from -6 to 6 and the y-axis from -4 to 5. A red line representing the function $y = x$ passes through the origin (0,0) and extends diagonally upwards to the right. The line is labeled with the equation $y = x$ in red text.

Obr. 10: Prostá funkce

5.3.3 Menu s horní nabídkou

V této části webové prezentace lze najít úvodní informace, které slouží k lepší orientaci po www stránkách. Je zde vysvětleno, z jakých částí se www stránky skládají nebo jaký program se při vzniku stránek používal a proč. Součástí této části je i krátký popis zvoleného softwaru GeoGebra zaměřený na historii programu. Ke zjištění bližších informací o programu slouží záložka „Odkazy“, která nabízí odkazy na domovské stránky GeoGebry nebo na stránky, které se GeoGebrou více či méně zabývají. Součástí této záložky jsou i odkazy na další elektronické materiály zabývající se matematikou, které se v rešeršní části práce ukázaly vhodnou podporou výuky matematiky.

Poslední záložka horního menu je věnována základní manipulaci s programem GeoGebra. I díky kladným ohlasům z dotazníkových šetření se tato položka ukázala být užitečná. Pro každého začátečníka – ať už učitele nebo žáka – s určitým programem je dobré vidět nejpoužívanější postupy a funkce v programu shrnuté formou krátkého manuálu.

5.4 Problémy při vzniku projektu

Tvorba www projektu byla spojena i s určitými problémy. V této části práce je stručně popsáno, jaké z nich byly nejpodstatnější:

- vkládání matematických symbolů – už od vzniku jazyka html bylo vkládání matematických symbolů tvrdým oříškem, s vývojem matematických softwarů na sazbu textu se tento problém nepovedlo zcela odstranit
 - a. K sazbě matematických symbolů byl použit program MathType 4; protože však bylo obtížné graficky sjednotit tyto symboly s jazykem html, ve velké části projektu jsou používány symboly z MS Word (zobrazování těchto znaků se ukázalo jako dostačující).
 - b. Matematické symboly není snadné implementovat do html kódu, symboly se vkládají za pomoci již zmíněných matematických softwarů a následným importem obrázků do html kódu. Nicméně, ani toto řešení není ideální z hlediska grafické podoby. Proto autoři často dávají přednost vkládání např. pdf formátů ve formě hypertextových odkazů před vytvářením rozsáhlejších webových prezentací v html jazyce.

- obrázky dvojího druhu (rastrová × vektorová grafika) – na stránkách je využíváno velké množství obrázků, které byly vytvářeny v GeoGebře
 - a. GeoGebra umožňuje export do obou základních typů grafiky (png × svg), z hlediska didaktického je vhodnější vektorový formát svg⁷, protože při zvětšování obrázku v tomto formátu (např. práce na projektoru) nedochází ke ztrátě kvality.
 - b. Nevýhodou svg formátu je to, že se v některém prohlížeči nemusí korektně zobrazit. V práci jsou proto ve výukové části vytvořeny obrázky rastrového formátu, po kliknutí myší na tento obrázek se přejde na obrázek vektorového formátu svg, který lze libovolně zvětšovat (ve sbírce příkladů jsou obrázky pouze rastrového formátu).
- Java (GeoGebra aplety)

Největším problémem je funkčnost GeoGebra apletů – tyto aplety vyžadují přítomnost Javy nebo alespoň zásuvných modulů. Během testování funkčnosti stránek na různých počítačích se v několika případech aplety neotevřely správně nebo vůbec (i přes přítomnost Javy v počítači).
- cestování předpisu funkce v GeoGebra apletech
 - a. Se změnou parametrů v GeoGebra apletech docházelo k cestování funkčního předpisu s měnícím se grafem funkce, což způsobovalo nepřehlednost apletů.
 - b. GeoGebra umožňuje i práci s matematickým sázecím programem Latex; pomocí Latexu bylo možné jednotlivé předpisy funkcí uchytit na pracovní ploše, aby se dále nehýbaly.
- různé verze programu GeoGebra

Z důvodu toho, že projekt byl vytvářen během dlouhého časového úseku (v průběhu 3 let), docházelo ke změnám v jednotlivých verzích programu GeoGebra. Tento software je díky velkému počtu příznivců a jeho oblíbenosti na vzestupu, proto dochází pravidelně k jeho vylepšování, k implementaci nových verzí. To paradoxně způsobilo určité nesrovnalosti ve značení matematické symboliky u statických a dynamických prvků webové prezentace.

⁷ svg – Scalable Vector Graphics – formát vektorové grafiky

Každá z verzí programu GeoGebry přinesla něco nového a to se týkalo i matematických symbolů – např. starší verze GeoGebry značily exponenciální funkce za pomoci znaků „ 2^x “, kdežto novější verze již umožňovaly obvyklejší a přehlednější značení 2^x . Z časového hlediska ale nebylo možné tuto symboliku sjednotit, ale bude to předmětem dalšího zkvalitňování webového portálu.

5.5 Pilotní nasazení

V rámci bakalářské práce bylo provedeno pilotní nasazení projektu, které mělo zjistit, jak webové výukové stránky vhodně upravit. Toto nasazení ukázalo, jak by se stránky měly doplnit nebo co by se mělo změnit, aby se více podobaly výukovému www portálu. Cílovou skupinou byli učitelé středních škol různých typů (gymnázium, střední průmyslová škola, učiliště). Jako metoda byl zvolen řízený rozhovor. Učitelé odpovídali na předem připravené otázky týkající se obsahové stránky webu, grafické úpravy webu, přehlednosti webu nebo použitého softwaru – GeoGebry.

5.5.1 Výsledky pilotního nasazení

V této části práce jsou shrnuty výsledky pilotního nasazení, které byly získány za pomoci řízených rozhovorů. Jsou zde popsány ohlasy jak pozitivní, tak negativní a doporučené myšlenky k vylepšení www prezentace, aby co nejvíce plnila výukové cíle.

5.5.1.1 Pozitivní ohlasy

1. přínos pro výuku matematiky

Všichni dotazovaní učitelé se shodli na tom, že www výukové stránky mohou být přínosem pro žáky i učitele matematiky.

2. dynamické GeoGebra konstrukce

Hlavní přínos stránek dotazovaní viděli v dynamických GeoGebra apletech, které je velice zaujaly. Díky těmto apletům si žáci mohou snadno zapamatovat, jak grafy funkcí vypadají, a především, jak se mění grafy funkcí v závislosti na koeficientech jejich předpisů. Znovu zde narážíme na pojem vizualizace, která je silným nástrojem ve výukovém procesu.

3. matematický obsah

Po obsahové stránce byly stránky hodnoceny jako kvalitní, dotazovaní na nich nenašli žádné zásadní nedostatky. Samozřejmě, obsahová stránka www stránek by si zasloužila podrobnější zkoumání.

4. grafické prostředí www stránek

Grafika, použitá na webu, byla shledána jednohlasně příjemnou, vhodnou pro práci s matematikou.

5. použití dynamického softwaru GeoGebra

I přesto, že dotazovaní GeoGebrou příliš dobře neznali (v té době se jednalo o relativně nový nástroj), velice je tento program zaujal. Především pak jeho dynamické vlastnosti. Hlavní přínos viděli v dynamických konstrukcích a v propojení světa geometrie se světem algebry. V GeoGebře viděli vhodný didaktický nástroj pro výuku matematiky.

5.5.1.2 Negativní ohlasy

1. technická nevybavenost, nepřípravenost

Několik z dotazovaných učitelů uvedlo, že na jejich škole nejsou vhodné podmínky pro používání takového výukového materiálu. Nejčastěji se jednalo o to, že neměli k dispozici počítačovou učebnu, resp. počítač při výuce matematiky.

2. výukový materiál × materiál na podporu výuky

Dotazovaní se také vesměs jednomyslně shodli na tom, že ve vytvořeném projektu vidí spíše nástroj pro podporu výuky matematiky než samostatný výukový materiál. Proto, aby se nechala www prezentace používat jako materiál výukový, musela by se vhodně doplnit, upravit. K nejčastěji jmenovaným doporučením k doplnění patřilo: využívat více názorných obrázků, upřesnit teoretické texty, více odkazovat na jiné výukové materiály v elektronické nebo tištěné podobě. Někteří z dotazovaných tvrdili, že www stránky samy o sobě nemohou být výukovým materiálem. Www stránky podle jejich názoru musí být vždy zkombinovány ještě s jiným výukovým materiálem či formou.

3. načítání dynamických apletů

Několik z dotazovaných uvedlo, že se setkali s problémem načítání dynamických konstrukcí zhotovených v GeoGebře. To je více popisováno v části práce „Problémy při vzniku projektu“.

4. cvičné úlohy

Respondenti doporučovali, aby ve cvičných úlohách byl do řešení více zapojen program GeoGebra. Navrhovali, aby jednotlivá řešení byla doprovázena statickými obrázky nebo dynamickými konstrukcemi, které mohou být pro uživatele stránek velmi názorné.

5.5.1.3 Shrnutí pilotního nasazení

I přesto, že nešlo o větší výzkum (5 učitelů různých typů středních škol), byly výsledky pilotního nasazení důležitým signálem. Přineslo cenné informace, jak učitelé vzniklý materiál vnímají a jak by se vytvořený www portál nechal upravit. (Strnad, 2011)

Především z negativních ohlasů jsem čerpal důležité poznatky. Po obdržení výsledků pilotního nasazení jsem se rozhodl k vytvoření sbírky příkladů. Ke každému ze základních typů funkcí, které se vyučují na středních školách, jsem vytvořil přibližně 20 řešených příkladů s využitím statických GeoGebra obrázků. V těchto příkladech se jednotlivá řešení i postupy řešení nechají podle potřeby libovolně zobrazovat či skrývat. Všechny příklady jsou navíc členěny do dílčích kategorií – např. výpočet funkční hodnoty funkce zadané jejím předpisem.

Do www výukových stránek byly umístěny hypertextové odkazy, které směřují na další výukové materiály zabývající se matematikou. Tyto materiály jsem vybíral podle mého osobního názoru při vyhledávání na internetu; více lze najít v části diplomové práce „Www stránky zabývající se matematikou“. Do odkazů jsem zařazoval pouze materiály, které mi přišly vhodné a užitečné pro výuku matematiky.

Dalším krokem ke zlepšení podoby www stránek bylo upřesnění teoretických textů. Obzvláště u sporně napsaných textů jsem hledal v nových zdrojích zkušených didaktiků matematiky a tyto texty postupně poupravoval. Vzhledem k rozsahu webového portálu nebylo v mých silách projít vše, proto další ohodnocení matematického obsahu je součástí i výzkumu zde v diplomové práci.

5.6 Pedagogické a didaktické postupy při tvorbě multimediálních materiálů

Je v zájmu každého autora učebních materiálů, aby byly přehledné, věcně správné a pro čtenáře poutavé. Proto je důležité respektovat zásady, které vznik takových materiálů doprovázejí. Zásady, které byly užity při vytváření www projektu, vycházejí ze zkušeností pedagogických odborníků.

5.6.1 Didaktická pravidla (zásady)

Didaktické zásady jsou základní obecná pravidla, směrnice či požadavky, kterými se řídí průběh a výsledky vzdělávacího procesu. Mají všeobecnou platnost pro všechny úrovně a stupně škol a pro všechny druhy vyučování. Jsou nezávislé na obsahu, metodách, formách a cílech vyučování. Jejich podstata vychází ze zákonitostí procesu učení. (Částková, 2010, str. 24)

Při tvorbě www výukových stránek byly sledovány níže zmíněné didaktické zásady; u každé zásady je zmíněno, jakým způsobem toho bylo docíleno v elektronické formě.

- Zásada názornosti
 - a. vyžaduje, aby byla chápána jako prostředek ke zkvalitnění poznávacího procesu, nikoliv jako jeho cíl. Názorné vyučování vede žáky k aktivitě a zapamatování si předkládaného učiva, vzbuzuje u nich pozornost. V multimediálních materiálech jsou názornými pomůckami např. obrázky, schémata, tabulky, fotografie nebo video ukázky.
 - b. se na www portálu uplatňuje především formou dynamických GeoGebra apletů, které umožňují uživateli měnit parametry funkčních předpisů a tím měnit i graf funkce. Dochází k vizualizaci, která může být velmi silným nástrojem při procesu učení. Dalšími názornými pomůckami je velké množství GeoGebra obrázků, doprovázející jak výkladovou, tak praktickou část (sbírka příkladů).
- Zásada uvědomělosti a aktivity
 - a. je důležitá pro osvojování vědomostí nebo dovedností a předpokládá vytvoření aktivního a kladného vztahu k učení. Vědomosti a dovednosti žáků musí být výsledkem jejich samostatného myšlení pod vedením učitele.

U multimediálních textů lze aktivity dosáhnout zadáváním úkolů, pobídkami k činnosti, odůvodněním (cíli) a pestrostí prostředků.

- b. se na www stránkách objevuje především formou cvičení (cvičné úlohy, sbírka příkladů). Žáci sami si na nich mohou ověřit, zda látce porozuměli nebo co je ještě potřeba doplnit. Pomocí programovacího jazyka (javascriptu) si uživatelé mohou řešení úloh zobrazovat, resp. skrývat.

- Zásada soustavnosti

- a. vyžaduje podávat základy učiva v pevném logickém uspořádání a postupně řídit učení žáků tak, aby si osvojovali vědomosti a dovednosti v ucelené soustavě. V multimediálních materiálech je této zásady dosahováno prostřednictvím hypertextových odkazů a vsuvek upozorňujících na fakt, že uvedená látka souvisí s již probraným tématem. (Částková, 2010)
- b. je respektována v podobě hypertextových odkazů. Stránky jsou vzájemně propojeny tak, aby vytvářely souvislý kompaktní celek. To je vhodné i z hlediska přístupnosti webových stránek, viz část „Kritéria pro evaluaci webových stránek“.

- Zásada přiměřenosti

- a. znamená, že obsah a rozsah učiva, jeho obtížnost a způsob vyučování mají odpovídat duševní a tělesné vyspělosti a předběžným znalostem žáků.
- b. je v učebním elektronickém materiálu realizována především zaměřením se na cílovou skupinu – žáci a učitelé středních škol. Dalším prvkem, který byl využíván, bylo zařazení v matematice „běžně používaných“ studentských výrazů (např. posuneme graf funkce o 4 jednotky nahoru). To jistě není matematicky přesné vyjádření, ale studentům to může být bližší.

- Zásada trvalosti

- a. zdůrazňuje použití prostředků, které podpoří trvalé zapamatování vědomostí a dovedností. Trvalými vědomostmi rozumíme takové, které žáci uchovávají v paměti a na jejichž základě vytvářejí poznatky nové. Činitelé, kteří rozhodují o trvalosti vědomostí v odborných předmětech, jsou (Čadílek, 2005):

- i. názorné a srozumitelné podání učiva žákům
- ii. častá kontrola a hodnocení žakových vědomostí

- iii. samostatné řešení zadávaných úkolů
 - iv. uvědomělý vztah k učení, zájem, pozornost a vůle se učit
 - v. aktuálnost předkládaných poznatků
 - vi. rozsah učiva a jeho přiměřenost věkovým zvláštnostem žáků
- b. v multimediálních materiálech je realizována často pomocí shrnutí nejpodstatnějších částí. Na vytvořeném portálu jsou nejdůležitější části výkladu zvýrazňovány tučným písmem, aby na sebe více upoutaly čtenáře. Zásada trvalosti určitě závisí na průběhu vyučovací hodiny a hraje v ní nejdůležitější roli učitel.
- Zásada vědeckosti
 - a. používá vědu jako zdroje systému faktů a zákonitostí, které jsou předkládány žákům ve vyučování v rámci odborných předmětů. Součástí multimediálních textů by měly být odkazy na příslušnou literaturu nebo články jak v tištěné, tak i elektronické podobě. Žáci by měli být motivováni tyto materiály vyhledávat. V multimediálních materiálech budou možnosti dalších odborných informačních zdrojů řešeny prostřednictvím samostatné kapitoly věnující se tomuto tématu. Dále pak bude možné vycházet ze seznamu použité literatury a internetových zdrojů.
 - b. se na www stránkách promítla v částech „Odkazy“ a „Seznam literatury“. v těchto částech lze najít odkazy na literaturu v elektronické i tištěné podobě, najdou se v nich i odkazy na materiály, které slouží k doplnění www projektu (spojitosti, integrály,...).
- Zásada spojení teorie s praxí
 - a. vyžaduje, aby žáci získané nové vědomosti a dovednosti v odborných předmětech mohli včas a na odpovídající úrovni uplatnit v praxi. (Čadílek, 2005) V multimediálních materiálech se může jednat o odkazy na volně dostupné programy nebo zadání praktického úkolu. (Částková, 2010)
 - b. se na webovém portálu týká programu GeoGebra. Na stránkách lze najít odkazy k programu GeoGebra (i k nejrozličnějším materiálům souvisejícím s programem), kde si uživatelé mohou program nainstalovat a pracovat s ním.

- Zásada zpětné vazby
 - a. platí pro každou lidskou činnost, a tedy i v procesu učení a poznávání. Učitel se informuje o tom, zda žáci látce dobře rozumí, zda vykonávají požadované činnosti a jakých výsledků dosahují. Žáci jsou informováni učitelem, jestli postupují správně a efektivně. U multimediálních materiálů je tato zásada řešena průběžnými testy, úkoly a samostatnými pracemi, které jsou vyhodnocovány.
 - b. je na [www portálu](http://www.portalu) zkoumána zejména pomocí sbírky příkladů, která obsahuje kolem 200 řešených příkladů. Tato zásada se uplatňuje přímo v hodině, kdy učitel může řídit její průběh.

6 Výzkum

Každý didaktický materiál určený k výuce nebo k podpoře výuky je vhodné prověřit v praxi. Jeho tvůrce tak může získat velice cennou zpětnou vazbu o tom, jak tento materiál vnímají ti, pro které je určen. V případě stránek www.funkce.eu se jedná o žáky středních škol a jejich učitele. Před začátkem výzkumu je potřeba položit si otázku, jaké nástroje bude výzkum využívat. Stanovení si vhodného nástroje může být klíčové k získání validních dat.

6.1 Nástroje pedagogického výzkumu

Pro dosažení cílů diplomové práce a ověření si hypotéz jsou využívány nástroje výzkumu. K těm se řadí především výzkumné metody a techniky. Pro úspěch práce je nutné zvolit správný nástroj výzkumu, který přinese potřebné korektní informace.

Autoři uvádějí různé systémy třídění metod, například podle Průchy lze nástroje výzkumu dělit takto: (Vodáková, Černochová, Rambousek, 2007)

METODY	TECHNIKY
pozorování	testování
experiment	sociometrické techniky
dotazník	obsahová analýza
rozhovor	sémantický diferenciál
evaluace	asociační techniky
případová studie	delfská metoda
analýza produktu	biografie (autobiografie)
metaanalýza	
scientometrická metoda	

Shrnutím lze říct, že k novým poznatkům v pedagogice i dalších vědách se dochází nejčastěji sběrem a interpretací dat získaných pozorováním osob a jevů, dotazováním

nebo hodnocením produktů naměřených hodnot, prostudovaných prací atd. (Vodáková, Černochová, Rambousek, 2007)

6.2 Výzkum týkající se stránek www.funkce.eu

Protože www.funkce.eu výukový portál má sloužit k výuce, resp. k podpoře výuky matematiky na středních školách, bylo důležité provést určitý výzkum. Cílem tohoto výzkumu bylo zjistit, jak se cílové skupině se stránkami pracuje, jak se v nich dá orientovat, co by na stránkách být mělo a co naopak nemělo. Cílovou skupinou byli na jedné straně učitelé středních škol, na straně druhé žáci středních škol. Větší část výzkumu byla věnována středoškolským učitelům. Jejich hodnocení bylo klíčové pro interpretaci výsledků výzkumu. Jsou to právě učitelé matematiky, kteří s podobnými materiály pracují, používají je ve výuce. A proto jejich názor na www.funkce.eu stránky byl z hlediska posouzení kvality stránek nejpodstatnější.

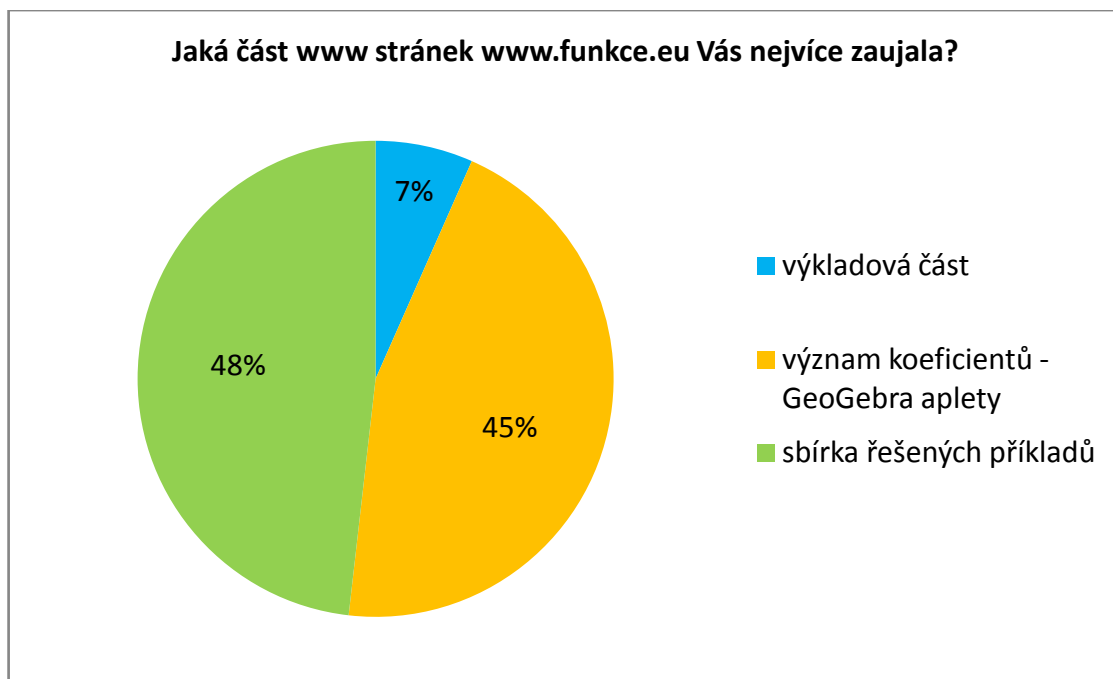
Experiment zjišťoval následující informace:

- vzhled stránek, jejich grafické prostředí – jak se uživatelům líbí zvolený design, zda jsou www.funkce.eu stránky přehledné
- orientace na stránkách – jak se uživatelé orientují na stránkách (viz technické aspekty – použitelnost)
- zhodnocení www.funkce.eu stránek – co uživatelé oceňují na www.funkce.eu stránkách, co postrádají nebo co je potřeba doplnit
- přínos stránek – zda www.funkce.eu stránky budou přínosem pro výuku nebo podporu výuky matematiky, zda by se nechaly využívat ve škole při hodinách matematiky
- obsah webu – zda jsou www.funkce.eu stránky vhodné po stránce obsahové (určeno učitelům středních škol)
- program GeoGebra – zhodnocení použitého programu (obrázky, aplety), přínos GeoGebry pro matematiku

6.2.1 Metody výzkumu

Jako metoda výzkumu bylo zvoleno dotazníkové šetření (pro cílovou skupinu žáci střední školy a učitelé středních škol). Několik učitelů středních škol také absolvovalo řízený rozhovor. Obě z těchto metod jsou vhodné ke sběru informací.

Dotazníkové šetření je vhodnou metodou pro sběr informací s větším počtem respondentů. Výzkum byl proveden pomocí internetu, konkrétně pomocí vytvořených „Google formulářů“. Tyto formuláře jsou k dispozici v přílohách. Práce s „Google formulářem“ je velice snadná a přitom efektivní cesta ke sběru informací. Po vytvoření Google účtu lze vytvářet formuláře, ze kterých po vyplnění dotazníku Google sám interpretuje výsledky a ty pak vyhodnocuje za pomoci grafů. Tím je značně tvůrcům formulářů usnadněna práce. Na obr. 11 lze vidět jeden z takto vytvořených grafů upravený za pomoci tabulkového editoru MS Excel.



Obr. 11: Google formuláře – vytvořené grafy z dotazníkových šetření

Řízený rozhovor je dobré použít pro zjištění podrobnějších informací, které se v dotazníkovém šetření nemusí objevit. Proto se tato výzkumná metoda používá většinou pro menší počet respondentů.

6.2.1.1 Metoda dotazníkového řízení

Nástroj dotazníkové metody, který slouží k hromadnému získávání údajů pomocí písemných otázek; otázky (nebo též položky) mohou být uzavřené, polouzavřené a otevřené. Používají se i položky škálové. (Vodáková, Černochová, Rambousek, 2007)

6.2.1.2 Metoda řízeného rozhovoru

Explorativní výzkumná metoda, která vychází z řečové komunikace bez opory písemného projevu respondenta. Pro výzkum pro diplomovou práci byl z několika

druhů zvolen rozhovor strukturovaný. Strukturovaný rozhovor je forma rozhovoru, jehož cílem je získání odpovědí na předem připravený soubor otázek. Tento soubor otázek je pak v nezměněné podobě předkládán všem jedincům z určitého souboru respondentů. Formulace otázek by proto měla být stálá a standardizovaná, protože použití jiného výrazu může mít za následek různé odpovědi. (Vodáková, Černochová, Rambousek, 2007)

6.2.2 Výzkumná část – žáci

K provedení dotazníkového šetření jsem využil povinných pedagogických praxí v rámci studia na Pedagogické fakultě UK v Praze. Ty jsem absolvoval na střední odborné škole v Praze, kterou žáci uzavírají maturitou.

Experiment byl proveden v šesti třídách. V každé z nich bylo postupováno stejně. Studentům jsem vytvořené www stránky představil. Ukázal jsem jim, jak se na stránkách orientovat, nebo z jakých částí jsou stránky složeny. V další části hodiny se již pracovalo s konkrétní látkou, kterou měl odpovídající ročník již v matematice probranou – např. ve druhém ročníku byly na www stránkách procházeny kvadratické funkce. Důraz byl kladen na práci s GeoGebra aplety, jejichž dynamičnost by žákům měla pomáhat k lepší orientaci v dané problematice.

Po výkladové části následovalo využití sbírky příkladů, která je na stránkách vytvořena formou řešených příkladů (řešení se nechá libovolně zobrazovat i skrývat). Řešení probíhalo různými formami – společná práce na interaktivní tabuli, práce v počítačové učebně (práce ve dvojicích nebo samostatná práce).

Na konci mých praxí jsem se žáky vyplnil již zmiňovaný „Google formulář“, jehož vytvoření i vyhodnocení je velice pohodlné. Formulář lze najít v přílohách práce.

6.2.3 Výzkumná část – učitelé

Výzkumná část pro učitele probíhala stejně jako u studentů středních škol, formou dotazníkového šetření. Dotazník byl také mezi dotazované distribuován pomocí „Google formuláře“. Respondenty byli učitelé různých typů středních škol. Druhou formou zjišťování zpětné vazby od učitelů byl již zmíněný osobní rozhovor na toto téma. Ten se týkal pouze některých z dotazovaných, kteří dotazník vyplnili. Pomocí předem připravených otázek byla zjišťována (ne)splněnost učitelů s webovým

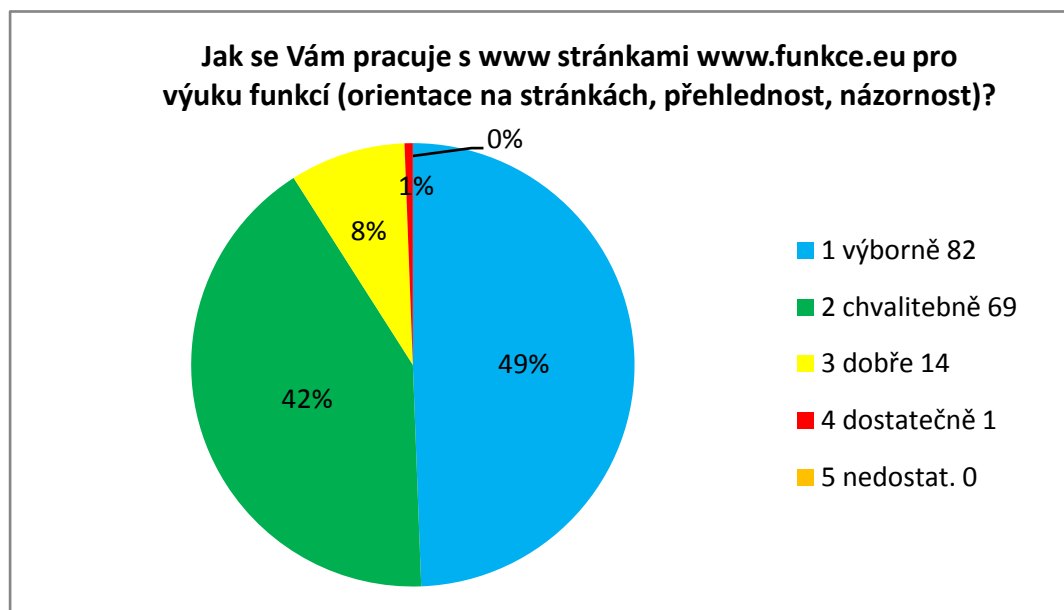
portálem a odpovědi byly pečlivě zaznamenávány. Později byly výsledky z obou metod zkombinovány a zaznamenány do výsledných grafů, které jsou k nalezení v přílohách.

6.2.4 Výsledky výzkumu – základní přehled

Výzkum přinesl velice užitečné informace o vytvořených výukových www stránkách. Ohlasy byly jak pozitivní, tak negativní. Z tohoto hlediska byl významný především výzkum pro učitele středních škol. Do něj se zapojilo 165 učitelů, kteří k hodnocení přistoupili velice poctivě. Jejich pozitivní hodnocení bylo příjemnou odměnou za vytvoření webového portálu, jejich negativní hodnocení bylo impulsem pro další práci na webovém projektu.

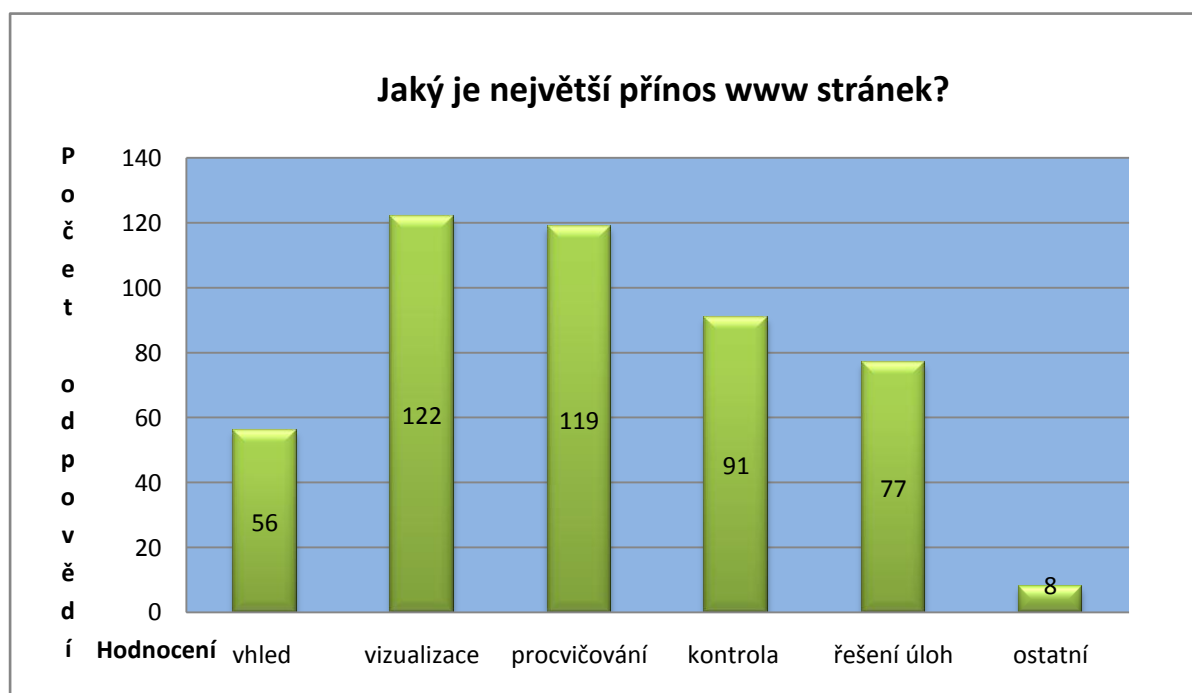
V této části práce jsou popsány základní poznatky z dotazníkových šetření. Tyto poznatky jsou dále podrobněji rozebírány v částech „Zhodnocení výzkumné části“ a „Přílohy“, kde jsou jednotlivé odpovědi vyhodnoceny v grafické podobě (grafy aplikace MS Excel 2007).

1. Většina respondentů z obou dotazovaných skupin (žáci, učitelé středních škol) se shodovala v tom, že vytvořené webové výukové stránky jsou názorné, přehledné a dobře se v nich orientuje. Na obr. 12 lze vidět jeden z vytvořených grafů.



Obr. 12: Google formulář – graf s výsledky: Názornost, přehlednost www stránek

2. Většina z respondentů také hodnotila www stránky jako vhodný materiál pro výuku matematiky, resp. jako materiál podporující výuku matematiky.
3. Www stránky byly hodnoceny pozitivně, co se týče matematického obsahu. I přes několik doporučení nebyly nacházeny závažné nedostatky.
4. Učitelé středních škol s materiálem neměli do doby dotazníkového šetření zkušenosti. Většina z nich uvedla v dotazníkovém šetření, že je www stránky zaujaly a v budoucnu je při výuce matematiky budou využívat.
5. Grafická podoba www stránek byla shledána jako vhodná pro výukový materiál.
6. Dotazované z www stránek nejvíce zaujaly části „Význam koeficientů“ a „Sbírka příkladů“. Méně již je zaujala výkladová část nebo část „Cvičné úlohy“.
7. Jako hlavní přínos www stránek bylo nejčastěji zmiňováno názorné vidění situací pomocí dynamických apletů a možnost procvičování témat formou sbírky řešených příkladů – viz obr. 13.

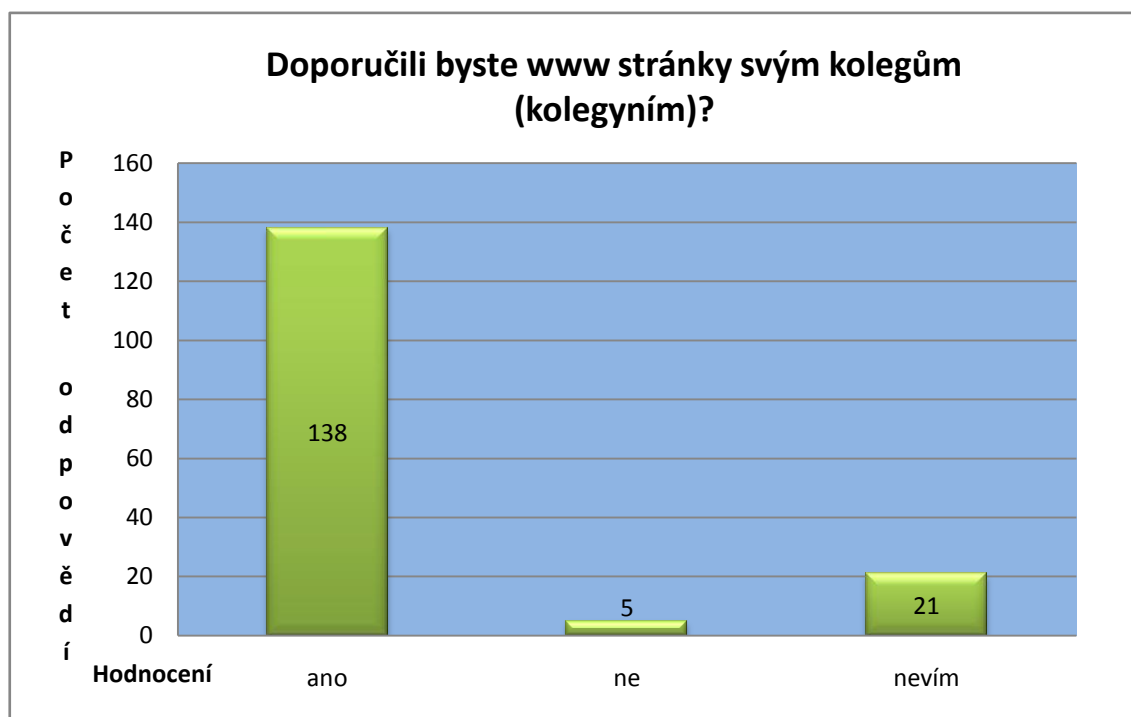


Obr. 13: Přínos www výukových stránek

8. Pozitivně byl hodnocen dynamický program GeoGebra, který byl při tvorbě www stránek ve velké míře používán. Hodně z dotazovaných uvádělo, že tento program již využívali v minulosti. Někteří z dotazovaných GeoGebru neznali, ale

prozkoumání www stránek je motivovalo k tomu, aby GeoGebru jako svého „pomocníka“ do výuky matematiky zařadili.

9. Dotazování ve velké míře uváděli, že www výukový portál je vhodným materiálem k výuce matematiky a že jej budou doporučovat dále i svým kolegům a kolegyním z praxe – viz obr. 14.



Obr. 14: Doporučení www výukových stránek

6.2.4.1 Zhodnocení výzkumné části – žáci

V této části diplomové práce lze najít podrobnější shrnutí výsledků z dotazníkového šetření zaměřeného na žáky středních škol. Hodnocení žáků nepřineslo tolik zajímavých informací jako hodnocení učitelů středních škol. Ale přesto i díky žakovskému dotazníku se objevila řada námětů či doplnění. Některá z nich korespondují s odpověďmi učitelů, některá se liší.

Pozitivní ohlasy

- přínos při výuce matematiky

Většina respondentů z řad žáků uvedla, že v materiálu spatřují novou možnost, jak se téma „funkce“ učit. Často zmiňovali, že výuka za pomoci počítače

a dynamických apletů je atraktivnější než klasické metody, a tudíž je pro ně zábavnější.

- použitý software – GeoGebra

Stejně jako učitelé středních škol zaujal program GeoGebra velice i žáky. Především vytvořené aplety v částech „Význam koeficientů“ a v některých výkladových částech jim přišly názorné. Několik z dotazovaných uvedlo, že jim dynamické aplety umožnily pochopit látku, kterou z výkladu nechápali.

- procvičování

Žáci oceňovali možnost procvičování ve sbírce příkladů, která obsahuje řešené příklady. Možnost skrývání a zobrazování řešení úloh se ukázala vhodným didaktickým prostředkem.

Negativní ohlasy

- základní pojmy – výklad

Stejně jako některým učitelům i žákům chyběl na www stránkách názornější výklad základních pojmů. Např. vysvětlení, co je to funkce, doprovázet statickými obrázky, které by umožnily snazší vhled do problematiky.

- text

Některým žákům vadil hustý text, kterým byla psána výkladová část. Takový text byl pro ně nepřehledný a chaotický.

6.2.4.2 Zhodnocení výzkumné části – učitelé

Této části výzkumu je věnován větší prostor pro její důležitost. Ne že by názory studentů nebyly důležité, nicméně skupina učitelů byla početnější, a především erudovanější ke zhodnocení výukových stránek. Výzkumu se zúčastnilo 164 učitelů středních škol.

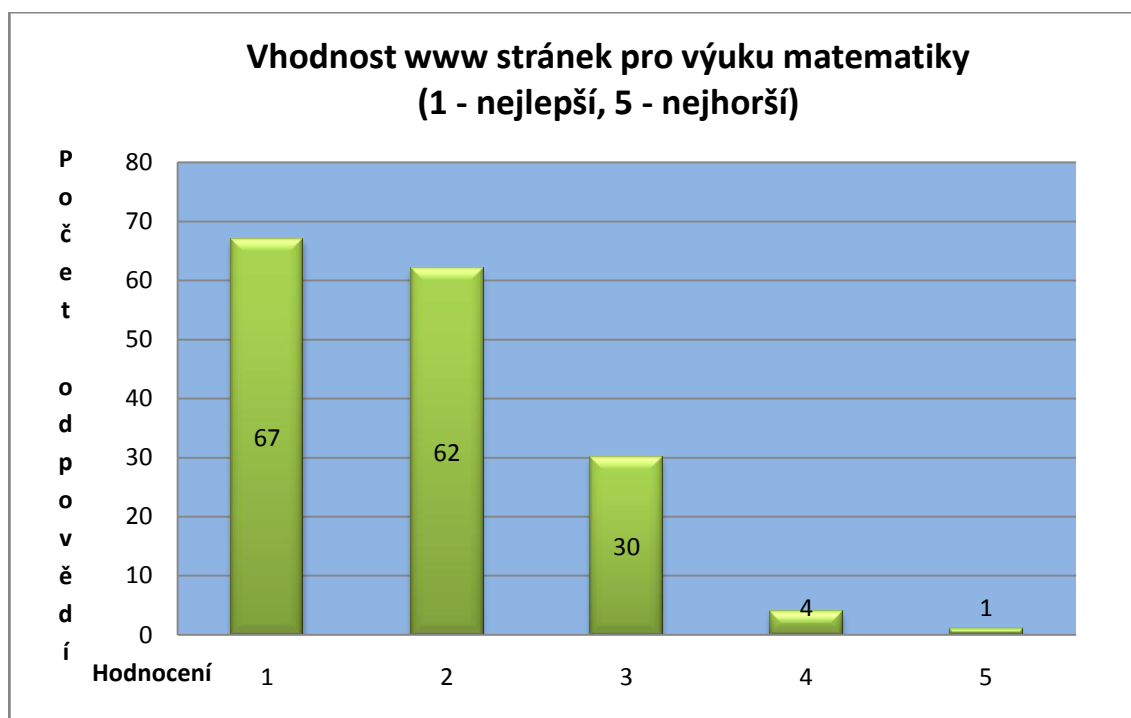
Z hodnocení učitelů byly zjištěny velice zajímavé údaje, které měly vliv na další vylepšování www projektu. V další části diplomové práce jsou shrnuty nejzákladnější poznatky. Jsou to odpovědi učitelů, které nebyly ojedinělé, ale objevovaly se ve výsledcích dotazníku opakovaně. Důraz byl kladen na negativní komentáře, protože právě ty mohly nejvíce posloužit k přetvoření www stránek směrem více k výukovému

materiálu. Pro názornost každá ze zjištěných informací týkající se webového portálu je podpořena nejvýstižnějšími citacemi, které učitelé středních škol v dotaznících uvedli.

Pozitivní ohlasy

- možnost využití ve výuce

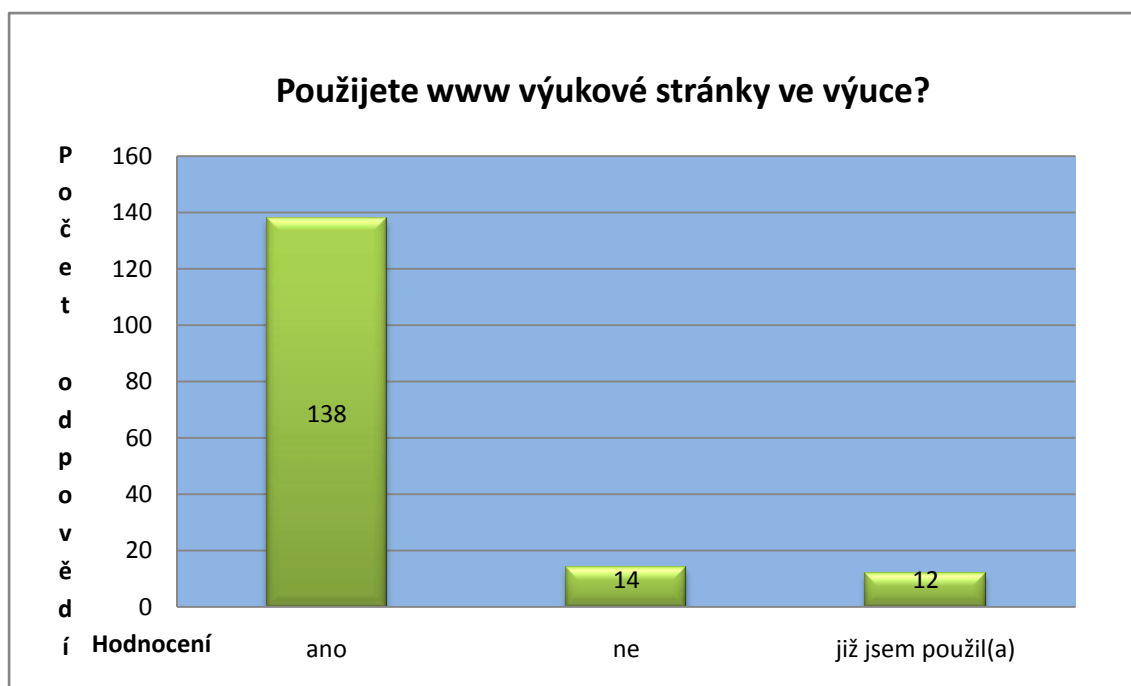
Www stránky byly většinou respondentů hodnoceny jako vhodný materiál k výuce matematiky, hlavně pro její podporu. Obr. 15 znázorňuje celkové shrnutí výsledků dotazníkového šetření.



Obr. 15: Vhodnost www výukových stránek pro výuku

- ucelený projekt

Hodně komentářů se týkalo ucelenosti, kompaktnosti www výukových stránek. Učitelé v nich spatřovali materiál, který se nechá při výuce dobře využívat. Zároveň uváděli, že je v budoucnu určitě využijí – viz obr. 16.



Obr. 16: Použití www výukových stránek při výuce

Komentáře učitelů středních škol:

„Stránky na mě zapůsobily velice kladně. Určitě je využiji v budoucnu.“

„Moc se mi stránky líbí a hodlám je využít při výuce.“

„Až stránky plně dokončíte a doladíte, myslím, že budou výbornou pomůckou nejen pro učitele, ale zejména pro studenty.“

- názornost, přehlednost

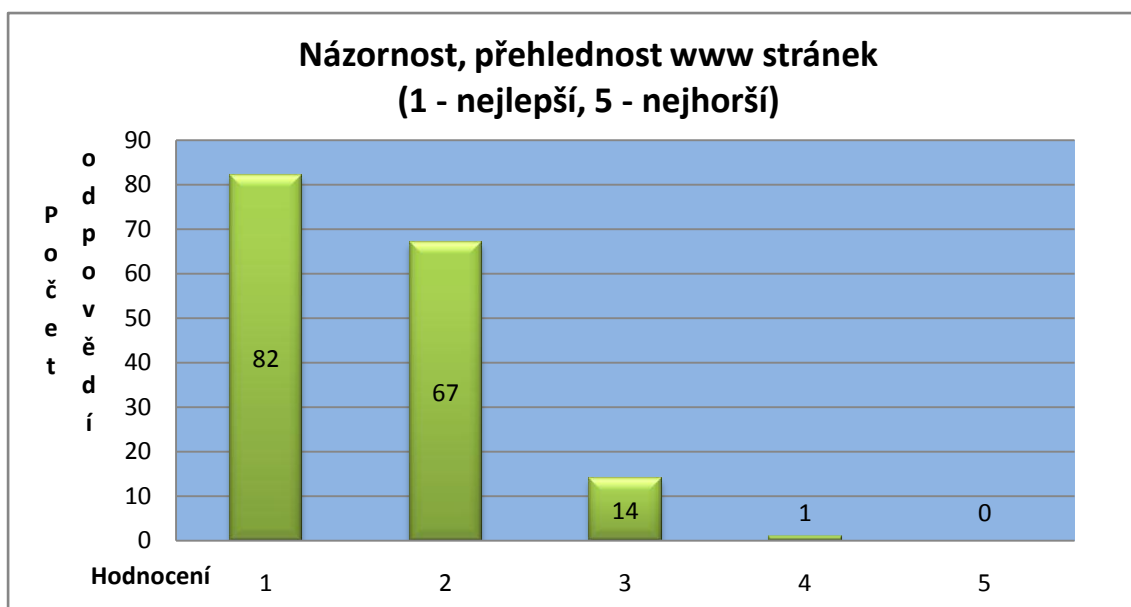
Materiál byl často označován jako přehledný, názorný. S ohledem na to byly nejčastěji zmiňovány dynamické aplety umožňující vizualizaci. Www projekt byl charakterizován jako přehledný, jasně uspořádaný a orientace v něm byla pro dotazované bezproblémová – viz obr. 17.

Komentáře učitelů středních škol:

„Líbí se mi přehledné a stručné uspořádání látky.“

„Tento typ stránek s názornými grafy apod. je velkým přínosem nejen pro výuku samotnou, ale i pro domácí studium, popřípadě velkým pomocníkem při opakování k maturitní zkoušce z matematiky. Velmi dobrý nápad, dobře a přehledně zpracováno. Děkuji.“

„Nemám žádné výhrady. Moc se mi líbí přehlednost a struktura stránek.“



Obr. 17: Názornost, přehlednost www výukových stránek

- část rozsáhlého elektronického výukového materiálu

V dotazníkovém šetření se objevily i myšlenky na vytvoření velkého projektu, který by sdružoval podobné elektronické materiály, jako jsou vytvořené www stránky.

Komentáře učitelů středních škol:

„Trochu bych to ještě poupravoval a jinak by to asi nebylo zlé. Chtělo by to více takových stránek sdružených do jednoho webu.“

„Mockrát děkuji za možnost užití Vašich stránek, ulehčí mi to práci. PS: Pokud by se příště vyskytovaly nějaké podobné pomůcky pro matematiku na SŠ k užití či testování, prosím o odkaz.“

- doporučení učitelům z praxe, žákům

Velký počet dotazovaných v šetření uvedl, že stránky bude používat v praxi a zároveň je bude doporučovat svým žákům a kolegům.

Komentáře učitelů středních škol:

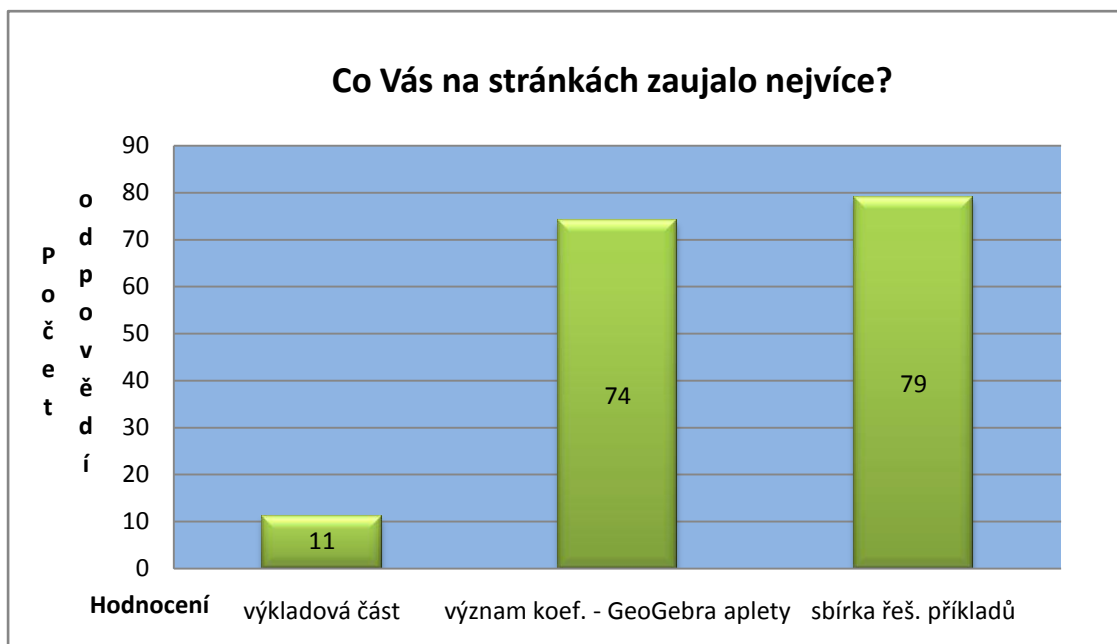
„Před maturitou - SUPER, shrnutí látky. Doporučuji studentům“.

„Děkuji za ně, určitě je použiji.“

Teď jsem teprve stránky objevila, ale moc se mi líbí. Hned je použiji ve výuce. A doporučuji dál.“

- procvičování

Hodně z respondentů oceňovalo sbírku úloh s řešenými příklady a názornými obrázky. Sbítku viděli jako dobrý materiál pro domácí procvičení, pro doplnění látky studentů, kteří na výklad chyběli, nebo pro práci v hodinách matematiky – viz obr. 18.



Obr. 18: Co nejvíce zaujalo na [www](#) výukových stránkách?

Komentáře učitelů středních škol:

„Líbí se mi velké množství příkladů, ne pouze jeden ukázkový.“

„Děkuji za ně, určitě je použiji. Vhodné pro studenty s delší absencí k doplnění učiva.“

„Z toho, co jsem si mohl prohlédnout, mě zaujala sbírka příkladů pro domácí procvičování (názorné a propracované).“

- možnost zobrazování a skrývání postupů a výsledků u řešených příkladů

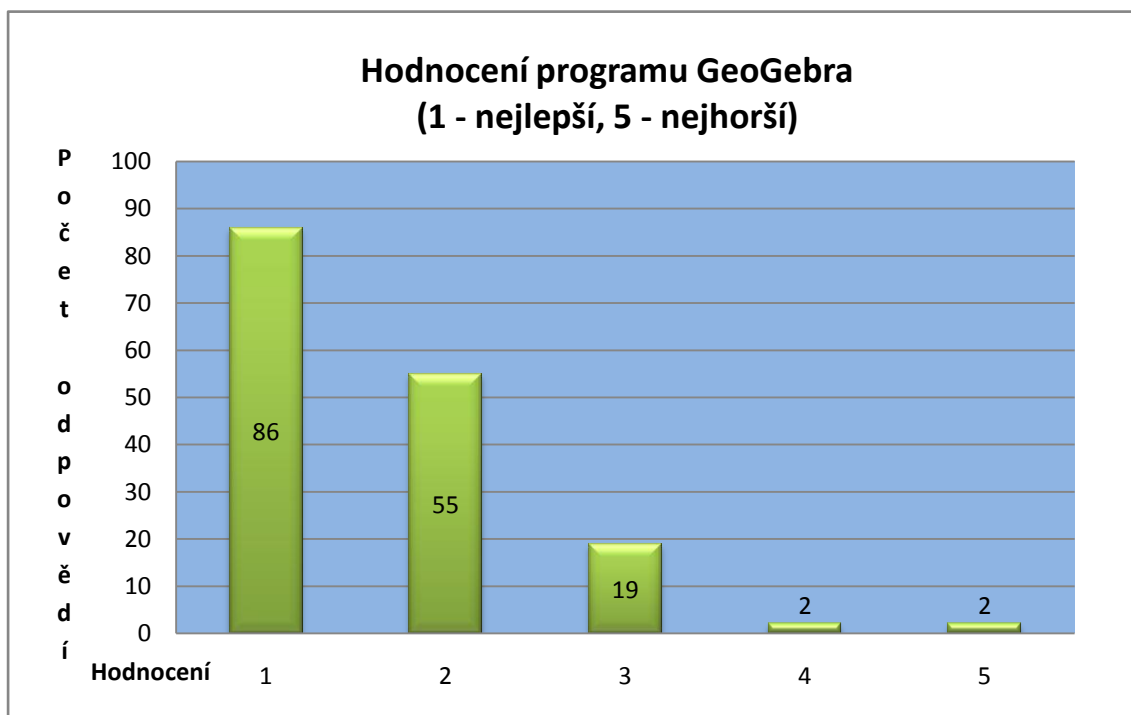
Učitelé oceňovali to, že se nechají zobrazovat či naopak skrývat jednotlivé postupy a výsledky řešených příkladů. To umožňuje například v hodině ukázat žákům řešení až v případě potřeby.

Komentáře učitelů středních škol:

„Líbí se mi, že je zadán příklad a řešení schováno, a až vyučující uzná za vhodné, odtajní žákům.“

- použitý software – GeoGebra

Velmi kladně byl hodnocen program GeoGebra, který je na www stránkách zastoupen statickými obrázky a hlavně pak dynamickými konstrukcemi. Ti učitelé, co s programem mají zkušenosti, tento program velmi chválili. Ti, kteří ho doposud neznali, oceňovali jeho dynamičnost a možnost zařazení do výuky matematiky – viz obr. 19.



Obr. 19: Hodnocení programu GeoGebra

Komentáře učitelů středních škol:

„GeoGebra používáme hojně, k řadě různých částí učiva, zvláště v geometrii. Je to velmi užitečné prostředí.“

„GeoGebra používám a přínosů má spoustu. Především názornost a možnost zobrazit, jak se mění průběh funkce nebo řešení konstrukčních úloh změnami parametrů. Podporuje vznik správné představy o tom, jak souvisí vzorec a graf.“

„Podporuje algoritmické myšlení, když žáci sami řeší problém pomocí tohoto programu. Ovšem není to samospasitelné, každý si musí vyzkoušet konstrukce v ruce.“

- část základní ovládání programu GeoGebra

Jako vhodné se ukázalo zařazení krátkého manuálu, který popisuje základní dovednosti a úkony při práci s programem GeoGebra. Obzvláště učitelé, kteří s programem doposud nepracovali, tuto část diplomové práce oceňovali.

Komentáře učitelů středních škol:

„Chtěla bych poděkovat za sekci ovládání. Už jsem dlouho přemýšlela nad pár problémy a tímto se mi asi vyřešily. Jen až budu mít trochu času, hned vyzkouším vytvořit pár svých grafů.“

Negativní ohlasy

- náročnost pro žáky

Více dotazovaných uvedlo, že zejména některé z výkladových textů jsou obtížné pro žáky středních škol. Úroveň www stránek byla srovnávána často s gymnaziální úrovní.

Komentáře učitelů středních škol:

„V plném rozsahu použitelné pro výběrový seminář ve 4. ročníku gymnázia, na obchodní akademii (kde učím) nebo průmyslovkách použitelné částečně.“

„Svým obsahem se blíží spíše učivu matematiky na vysoké škole, stránky nelze použít pro výklad, protože nenavazují na znalosti žáka ze ZŠ.“

„Podívejte se do běžných středoškolských učebnic matematiky – nejen gymnaziálních, a porovnejte s nimi svoji práci vzhledem k formulaci. Pokud tuto práci navrhujete pro žáky G – seminář, cvičení z M, tak ano, pro ostatní školy – obchodní akademie, SOŠ, SPŠ – NEVHODNÉ, pro žáky spíše nesrozumitelné.“

„Pane kolego, nevím, jaké máte kontakty na současné střední školy, ale z vlastní zkušenosti – ze základek nabíráme děcka, která by tu před deseti lety prostě neměla šanci – neumí násobilku, neovládají základy geometrie.“

„Celému portálu, se kterým jste měl jistě spoustu práce, by pomohlo, kdyby odrážel realitu výuky funkcí na SŠ, tj. byl by více v souladu s učebnicemi.“

- nepřehledná matematická symbolika

Matematické symboly byly při vytváření práce složitým oříškem. Jazyk html není k těmto symbolům zcela přizpůsoben, a tak je často řešeno, jak a co na stránkách psát. Respondentům nejvíce vadil symbol pro násobení formou

křížku. Např. z dalších symbolů byl kritizován symbol „/“ využívaný pro zlomky. Na druhou stranu sami dotazovaní přiznávali, že podobné problémy také často řeší a že nedospěli k jednoznačnému závěru, jaké symboly používat.

Komentáře učitelů středních škol:

„Nelíbí se mi zápis matematických výrazů, např. proměnná se má psát kurzívou, nelíbí se mi ani lomené čáry místo zlomků, naprosto nevhodný je znak x v nadpisech tj. $y = a \times (x+b)^n + c$, souřadnice bodů by měly být oddělené středníkem, tj. $[1;1]$ atd. Je tam toho hodně chybně.“

„Nezdá se mi vhodné použít jako znaménko násobení malý křížek, který se při prvním pohledu plete s proměnnou x .“

- různé značení předpisů funkcí

Ve výzkumu se objevila kritika z pilotního nasazení v bakalářské práci. Vlivem rozdílností verzí programu GeoGebra docházelo ke vkládání obrázků s různým značením – např. u cyklometrických funkcí značení funkce $\arcsin(x)$, resp. $\asin(x)$.

- nedokončený matematický obsah určitých částí www portálu

Tato část se týkala zejména témat „derivace“ a „limity“. Na www portálu se s nimi pracuje, i když nejsou zavedeny. Doplnění matematického obsahu bylo částečně doporučováno i u některých dalších typů funkcí – např. goniometrických.

I přes více kritik týkajících se matematického obsahu nebyly webové stránky z hlediska matematického obsahu hodnoceny špatně. To je vidět i z výsledků dotazníkového šetření na obr. 20.

Komentáře učitelů středních škol:

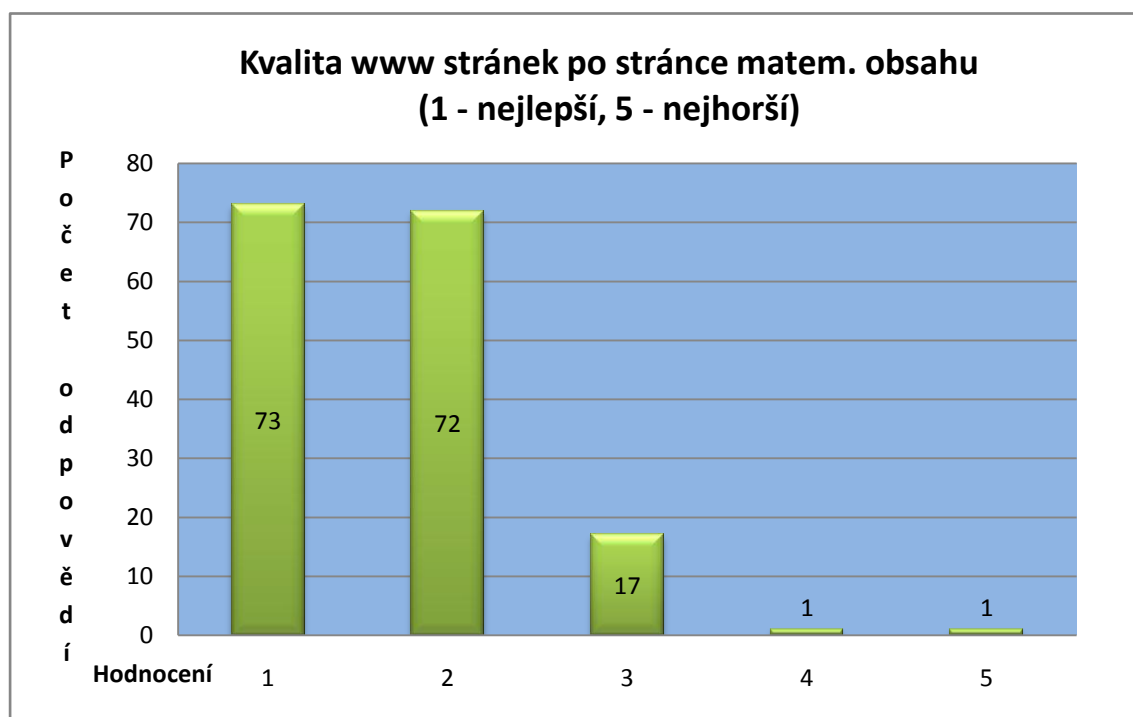
„Chybí mi celá kapitola ke grafickému řešení rovnic a nerovnic.“

„Vzhledem k tomu, že se zde zmiňují i pojmy první a druhá derivace a limita funkce, chybí mi jejich vysvětlení.“

„Speciální funkce by bylo vhodné doplnit o další.“

„Když už souhrn všech funkcí, tak přidat i hyperbolické a uvést spojitost s exponenciálními. Chybí faktoriály a podobné šílenosti. Bylo by vhodné doplnit, kde a kdy se které funkce používají.“

„Základní pojmy – bez obrázků, bez příkladů, zcela chybí názornost, chybí protipříklady (co není funkce), způsoby zadání funkce (předpisem, grafem, tabulkou, množinou uspořádaných dvojic), pojmy definiční obor, obor hodnot.“



Obr. 20: Hodnocení www výukového projektu po stránce matematického obsahu

- nenavazující tematické celky (vlastnosti funkcí)

Někteří dotazovaní kritizovali nenávaznost vlastností funkcí v části „Vlastnosti funkcí“ (jsou řazeny abecedně). Objevily se názory, že by jednotlivé vlastnosti měly být řazeny tak, jak se probírají na středních školách.

Komentáře učitelů středních škol:

„Míchá se učivo 1. ročníku (omezená funkce, funkce lichá a sudá, inverzní funkce) s učivem 4. ročníku (asymptoty funkce), začít vlastnosti funkcí asymptotami s výpočtem limit není to nejlepší.“

„Pro žáky bude těžší se orientovat ve stránkách, témata nejsou podávána ve stejném pořadí, jako se vyučují běžně ve škole (např. obtížnější vlastnosti funkce jsou probírány před jednoduššími funkcemi, nejjednodušší funkci – lineární – nesmyslně předchází mocninné funkce.“

„Je to moc pěkně uspořádané. Možná bych to jen uspořádávala za sebe podle toho, jak by se to mělo učit.“

- velké množství výukového textu

Asi nejvíce kritických ohlasů se týkalo velkého a nepřehledného množství textu ve výkladových částech. Bylo uvedeno, že text pak působí nudně a mohl by žáky od použití www stránek odradit.

Komentáře učitelů středních škol:

„Příliš rozsáhlá textová část.“

„Texty jsou nepřehledné, pro přímé využití ve výuce by bylo vhodné texty lépe uspořádat a zvolit výraznější grafickou úpravu.“

„Moc textu, málo mezer. Působí to dojmem ‚No né, tak to číst nebudu‘. I v řešení příkladů je málo mezer, takže nepůsobí moc přehledně. Všechno je nahňahané.“

- nevhodné zápisy funkčních předpisů

Z nevhodných zápisů funkcí se opakovaně v odpovědích z dotazníku objevila lineární lomená funkce $y = (ax+b)/(cx+d)$. To úzce souvisí s minulým bodem – matematickou symbolikou.

Komentáře učitelů středních škol:

„Zápisy předpisů funkcí ve tvaru $y = a \times x + b$, $y = (ax+b)/(cx+d)$,... jsou trochu divočina, chtělo by to použít alespoň zápis v LaTeXu nebo si s tím poradit jinak.“

- nepřesnost matematických definic či vlastností

I přesto, že většina definic a vlastností byla čerpána ze zdrojů od známých matematiků a didaktiků matematiky, objevily se i kritické názory vůči nepřesnostem těchto vět. Respondenti dotazníku byli velice konkrétní, což umožňovalo tyto nedostatky opravit.

Komentáře učitelů středních škol:

„Pouze některé pojmy v teoretickém úvodu by bylo dobré precizně definovat.“

„Obecně se mi moc nelíbila výkladová část, je taková hrozně formální.“

„Výklad je zcela ‚suchý‘ bez jakéhokoli nápadu a oživení (obyčejná učebnice), vše až příliš teoretické bez praktických aplikací.“

- nepřehledný popis konstruování grafů – rozdělení do částí

Několikrát byla zmíněna i nepřehlednost při konstrukcích grafů, převážně v části „Sbírka úloh“. Učitelé se shodovali v tom, že by nebylo špatné číslování jednotlivých kroků postupu pro lepší názornost a přehlednost.

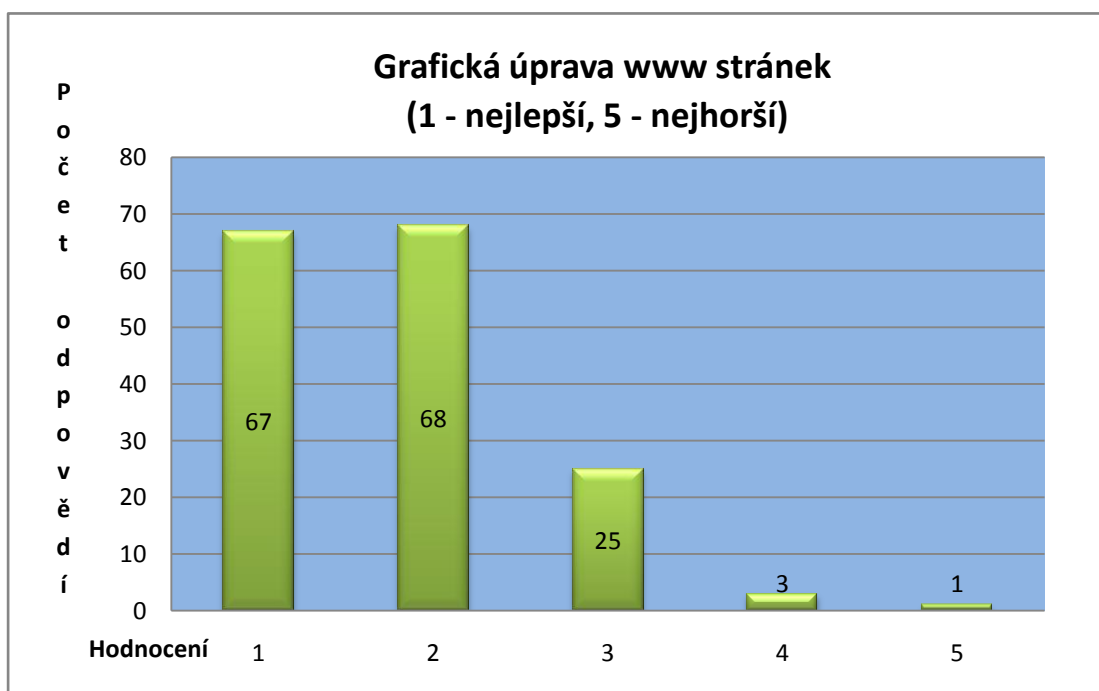
Komentáře učitelů středních škol:

„Nepřehledný zápis postupu řešení při tvorbě grafů, navrhuji např. číslování jednotlivých kroků, uspořádání do tabulek apod., souvislý text žáci nečtou.“

„Doporučovala bych rozdělení textů při konstrukci grafů, zápisy jsou nepřehledné.“

- úprava grafiky

I ke grafické stránce www portálu byly směřovány některé kritiky. Kritika se týkala písma nebo barev, tak celkového provedení webového portálu. I přes některé kritické výtky byla grafická úprava webových stránek hodnocena převážně pozitivně – viz obr. 21



Obr. 21: Hodnocení grafické úpravy www výukových stránek

Komentáře učitelů středních škol:

„Nelíbí se mi grafika stránek, je monotónní, chybí členění do odstavců, tudíž jsou pro žáky nezajímavé, nepřehledné.“

„Nelíbí se mi styl písma, špatně se čte.“

„Pokud by měly tyto stránky studentům pomoci a vzbudit v nich zájem, rozhodně bych se zamyslela nad volbou vhodných fontů, barev, zvýraznění, formulacemi definic, zpřehlednění textu, tzn. vhodné rozdělení do odstavců.“

- gramatické chyby

V textech se objevily také gramatické chyby, které neunikly pozorným čtenářům z řad učitelů. Také v této části byli respondenti konkrétní, což umožnilo nalezené chyby náležitě opravit podle pravidel pravopisu.

- testové úlohy

Ohlasy se týkaly také toho, že by bylo vhodné každou z kapitol shrnout v podobě krátkých testů, které by mohly být vhodnou zpětnou vazbou pro čtenáře.

Komentáře učitelů středních škol:

„Chybí mi ke každé kapitole testík.“

„Nabylo by špatné na konci každé kapitoly udělat shrnutí ve formě testových úloh.“

- není vazba na situace z běžného života

Propojení s reálným životem postrádalo ve www stránkách několik respondentů. Podle jejich názoru jsou funkce ideální téma k tomu, aby se matematický aparát propojil s běžným životem – např. lineární funkce (přímá úměrnost) atd.

Komentáře učitelů středních škol:

„Malá přidaná hodnota oproti klasické učebnici. Zcela chybí vazba na reálné situace – příklady užití funkcí v reálném životě, význam vlastností funkce na konkrétním reálném příkladě.“

„Žáci mají rádi, když vidí, k čemu probírané učivo lze použít (stačí jednoduché úlohy).“

- možnost tisku některých částí

V dotazníkovém šetření se objevily i názory, že by bylo vhodné, aby se jednotlivé části www portálu mohly tisknout. Učitelé by je tak mohli využívat i v papírové formě.

Komentáře učitelů středních škol:

„Také by bylo dobré, kdyby příklady bylo možno si vytisknout. Nezkoušel jsem tuto možnost.“

- technické vybavení na školách

Nedostatečné technické vybavení škol bylo také často zmiňováno. I přesto, že www stránky učitele zaujaly, nemohli by z hlediska nedostatečného vybavení stránky v hodinách matematiky využívat.

Komentáře učitelů středních škol:

„Pokud si myslíte, že střední škola (odborné učiliště, kde jsou i maturitní obory) bude někdy vybavena pro možnost výuky matematiky na PC, tak jste asi v jiném státě, než leží ČR.“

- nefunkčnost apletů

S občasnou nefunkčností GeoGebra apletů je spojena celá tvorba www výukového projektu. I ve výzkumné části se tyto problémy objevily. Někteří z dotazovaných si stažením zásuvných modulů nebo zaktualizováním prohlížeče aplety zprovoznil, některé respondenty tato věc odradila od dalšího prozkoumání stránek.

Komentáře učitelů středních škol:

„Některé stránky (zejména významy koeficientů) se mi neotevírají.“

„Na našich počítačích dynamické aplety nefungují, což možná snižuje hodnocení Vaší práce.“

6.2.5 Shrnutí výzkumu

Výzkum přinesl velmi cenné informace od povolaných hodnotitelů – učitelů středních škol. Z dotazníkového šetření vyplynulo mnoho pozitivních i negativních komentářů. Hodnocení www výukového materiálu podobného charakteru je do jisté míry značně subjektivní, přesto pokud se „negativa“ vícekrát opakovala, byla to otázka k zamyšlení.

Přehled negativních komentářů lze shrnout za pomoci předchozí části – zhodnocení výzkumné části (učitelé) a také z přílohy, ve které jsou odpovědi učitelů citovány. Tyto komentáře lze shrnout do následujících tematických částí, které jsou pro hodnocení webových stránek klíčové a slouží k doporučením, jak www výukové stránky vylepšit:

- matematická symbolika

Symbolika byla často předmětem kritiky z řad hodnotitelů. To výrazně souvisí s jazykem html a jeho podporou pro psaní matematického textu. Zápis matematických symbolů v tomto jazyce je obtížný a působí problémy. Jinou možností je vytvářet materiály pomocí editorů, které matematickou symboliku podporují, a formou hypertextových odkazů je umísťovat na internet. To ale nebylo cílem www projektu.

- matematický obsah

Matematického obsahu se týkalo velké množství komentářů. Lze jmenovat především nepreciznost některých výkladových částí a absence některých důležitých kapitol – derivace, limity, grafické řešení rovnic a nerovnic, vlastnosti funkcí.

- text

Text byl často označován jako nahuštěný, strohý, neatraktivní, nepřehledný. To by mohlo způsobit to, že čtenář takový text opustí. Bylo doporučováno členění na kratší úseky textu, na vložení více názorných obrázků, případně zkrácení textových částí.

- technické problémy

Technické problémy patřily k důležitým aspektům při hodnocení www stránek. Některým z dotazovaných se nezobrazovaly správně aplety, některým dokonce vůbec. Pak bylo otázkou, zda se snažili tyto aplety zprovoznit.

- grafická podoba www projektu

Tato hodnocení jsou do jisté míry subjektivní a podle toho také výsledky šetření vypadaly. Komentáře byly spíše pozitivní, ale objevily se i ty kritické. Nejčastěji se jednalo o barevné uspořádání, o zvolený font písma nebo o celkové uspořádání www portálu.

6.2.6 Doporučení k úpravě www výukového portálu

V následující části je vycházeno z předchozí kapitoly – „Shrnutí výzkumu“. Díky pozitivním a hlavně negativním ohlasům vyplynula z výsledků dotazníků doporučení, která by mohla www portál ještě více přizpůsobit výukovým podmínkám. Webové stránky jsou postupně měněny a doplňovány v souladu s těmito doporučeními:

- úprava matematického obsahu

Matematický text a symbolika byly zpřesňovány podle důvěryhodných zdrojů, které jsou dostupné v „Seznamu literatury“. Bylo porovnáno více těchto zdrojů, aby bylo možné, co nejpřesněji definovat jednotlivé položky matematického obsahu. Dále byly upraveny matematické texty, které byly ve výzkumné části hodnoceny jako chybné.

- úprava matematické symboliky

Zpětně není jednoduché procházet celý rozsáhlý webový projekt a na každé stránce opravovat matematické symboly. Přesto vlivem výsledků z dotazníku byla matematická symbolika obměňována tak, aby více odpovídala matematickým normám – např. pro operaci bylo namísto použitého symbolu křížku „ \times “ použita klasická tečka „ \cdot “, která se nejčastěji používá pro tuto operaci. Namísto souřadnice bodu $[,]$ byl použit klasický „středník $\rightarrow [;]$.

V dotazníku byl také často zmiňován typ písma u proměnných. Proměnné se podle normy mají psát kurzívou, proto ve výkladových částech práce došlo ke změně a proměnné byly formátovány kurzívou.

Další z nejčastěji zmíněných symbolů – lomítko pro operaci dělení či zlomky zůstalo na www stránkách nezměněno. Tento symbol by se musel složitě měnit v matematických editorech a být vkládán ve formě obrázků, což by působilo další problémy s řádkováním atd.

Podle časových možností budou aktualizovány obrázky a dynamické aplety, ve kterých není sladěna matematická symbolika. To bylo způsobeno novými verzemi programu GeoGebra, které přinášely úpravy a zpřehlednění této symboliky. Tato nepřesnost vyplynula již z výsledků pilotního nasazení v bakalářské práci, která byla východiskem pro vznik práce diplomové.

- text

I přesto, že dotazovaní ve výzkumu několikrát kritizovali textovou podobu elektronické práce, zůstal text nezměněn. Objevovali se zároveň i komentáře pochvalné, což ukazuje na subjektivitu takového hodnocení. Jedinou věcí, která

se na webu ohledně textu změnila, byla ta, že výkladová část byla rozdělena do více částí. Důvodem bylo zlepšit čtivost výkladových textů, které podle některých dotazovaných byly příliš nahuštěné a nepřehledné. Také sbírka příkladů prošla rozsáhlou změnou – jednotlivé kroky řešených příkladů byly rozdělovány do odstavců tak, aby se v nich nechalo čtenáři lépe orientovat.

- technické problémy

Technické problémy jsou většinou pro tvůrce webového projektu neřešitelné. Nejčastěji se jedná o hardwarové či softwarové požadavky, které brání tomu, aby výukový materiál fungoval. Přesto cílem tvůrce webu je respektovat zásady pro tvorbu webových stránek tak, aby byly plněny zásady použitelnosti a přístupnosti – viz část „Tvorba www stránek“.

- grafická stránka www portálu

Ani o změně grafické stránky výukového materiálu nebylo uvažováno. Kritických komentářů ze strany učitelů nebylo příliš a znovu je toto téma spojeno s velkou mírou subjektivního hodnocení.

- doplnění témat

Www výukový portál bude doplněn o další témata, která učitelům středních škol na stránkách chyběla. Www stránky budou doplněny:

- a. o sbírku příkladů, která bude obsahovat příklady s vlastnostmi funkce (např. určení definičního oboru a oboru hodnot funkce z grafu funkce, určení, zda je nebo není funkce omezená, atd.)
- b. o témata „Limity“ a „Derivace“
- c. o testové úlohy shrnující každou z kapitol
- d. o grafické řešení rovnic a nerovnic
- e. o úlohy, které reflektují běžný život – úlohy z praxe

7 Závěr

Cílem diplomové práce bylo především vytvoření www výukového materiálu v elektronické podobě, který je zaměřen na výuku funkcí na středních školách. Projekt byl vytvářen s pomocí prvků dynamické geometrie (program GeoGebra), které by žákům měly pomoci k lepšímu vhledu do problematiky funkcí. Důležitou součástí práce bylo provedení výzkumné části – v rámci bakalářské i diplomové práce, která sloužila jako zpětná vazba k vytvořenému www portálu. V této části byla z různých hledisek hodnocena kvalita vzniklých webových stránek, a to zejména učiteli středních škol. Výsledky tohoto šetření byly důležitými prvky v dalším zkvalitňování www projektu. Ty lze najít v části práce „Výzkum“.

Práce na této diplomové práci byla velice zajímavá. Především tvorba vlastního www matematického portálu poskytovala velký prostor pro tvůrčí činnost. Byl vyhledáván vhodný matematický obsah, byly řešeny otázky týkající se designu nebo celkového uspořádání www portálu. Dále se při tvorbě webových stránek často objevovaly technické problémy, které nutily autora k většímu porozumění, a to zejména u softwarových záležitostí. Všechna řešení těchto problémů vznikajících při tvorbě www projektu byla časově náročná, ale zároveň i přínosná – ať už po stránce technické nebo didaktické.

Z výsledků výzkumné části, provedené formou Google dotazníků, vyplynula důležitá zjištění. Ta sloužila k dalšímu vylepšení webové prezentace, více směrem k výukovému materiálu. Z provedených změn, které plynuly z provedeného výzkumu lze jmenovat tyto nejpodstatnější: zkvalitnění matematického obsahu, změna nepřehledné matematické symboliky, úprava textu do přehlednější struktury.

Z věcí, které se nepovedly zcela vyřešit, lze vyčlenit dvě nejpodstatnější – technické problémy a slabší úroveň výkladové části webové prezentace, například absence některých důležitých témat týkajících se výuky funkcí. Technické nedostatky, jak ukázalo dotazníkové šetření, jsou neustále se opakujícím neduhem. To se týká zejména GeoGebra dynamických apletů, které se někdy nenačítají korektně, někdy vůbec. To je ale problém, který autor www stránek nemůže ovlivnit – záleží na aktualizovaném webovém prohlížeči, na verzi programu Java atd. Chybějící matematická témata budou

postupem času doplňována tak, aby vzniklý materiál našel uplatnění pro širší vrstvu žáků i učitelů středních škol.

Hlavním přínosem www výukového portálu je jeho ucelenost a rozsáhlost. Existuje velké množství webových stránek, které vysvětlují různými způsoby matematiku, ale není jich příliš, které by byly takto rozsáhlé a souvislé. Ve většině případů jsou zaměřeny pouze na určitou oblast konkrétního tématu.

Mimo témata, která budou dále doplňována, lze na webových stránkách najít kompletní výčet typů funkcí, které se vyučují na středních školách. Ve výzkumné části byla úroveň, co se týče matematického obsahu, hodnocena jako gymnaziální. Mimo teorie je velký prostor věnován procvičování, webový portál obsahuje vytvořenou sbírku s velkým množstvím řešených příkladů. Tyto příklady jsou řazeny podle svého zaměření a obtížností lze najít příklady pro žáky všech typů středních škol.

Silným didaktickým nástrojem webového portálu jsou dynamické konstrukce vytvořené v programu dynamické geometrie GeoGebře. Tento portál tak podněcuje žáky i učitelé středních škol k využívání tohoto nebo podobného programu při hodinách nebo při samostudiu matematiky. Dynamické programy jsou silným nástrojem při výuce nejen matematiky, umožňují žákům názorný vhled, a usnadňují tak jejich učitelům často náročný úkol, jak látku názorně vysvětlit.

Je otázkou, do jaké míry se podařilo splnit hlavní cíl www stránek. Hodnocení z výzkumné části práce bylo vesměs, i přes řadu kritik, pozitivní. Je důležité, aby www projekt byl nadále rozvíjen a uzpůsobován výukovým podmínkám. Jen tak si najde příznivce z řad učitelů a žáků středních nebo vysokých škol, kteří se na něj budou rádi vracet.

Seznam obrázků, grafů

Obr. 1: Graf využití různých forem ICT ve výuce matematiky (v procentech).....	10
Obr. 2: Pracovní prostředí GeoGebry	21
Obr. 3: Šablona webové stránky	36
Obr. 4: Základní rozdělení webového portálu	38
Obr. 5: Sbírka příkladů – lineární funkce	39
Obr. 6: Práce s parametrem v GeoGebra apletu	40
Obr. 7: Sbírka příkladů – zobrazování výsledků a postupů řešení.....	41
Obr. 8: Sbírka příkladů – zobrazování výsledků a postupů řešení.....	41
Obr. 9: Odkaz na prostou funkci	42
Obr. 10: Prostá funkce	42
Obr. 11: Google formuláře – vytvořené grafy z dotazníkových šetření	54
Obr. 12: Google formulář – graf s výsledky: Názornost, přehlednost www stránek	56
Obr. 13: Přínos www výukových stránek.....	57
Obr. 14: Doporučení www výukových stránek.....	58
Obr. 15: Vhodnost www výukových stránek pro výuku	60
Obr. 16: Použití www výukových stránek při výuce	61
Obr. 17: Názornost, přehlednost www výukových stránek.....	62
Obr. 18: Co nejvíce zaujalo na www výukových stránkách?	63
Obr. 19: Hodnocení programu GeoGebra	64
Obr. 20: Hodnocení www výukového projektu po stránce matematického obsahu.....	67
Obr. 21: Hodnocení grafické úpravy www výukových stránek	69

Seznam literatury

- [1] BARTSCH, Hans-Jochen. *Matematické vzorce*. Vyd. 4. Praha: Academia, 2006, 831 s. ISBN 80-200-1448-9.
- [2] ČÁP, Jan; MAREŠ, Jiří. *Psychologie pro učitele*. 2. vydání. Praha: Portál, s.r. o., 2001. 656 s. ISBN 80-7178-463-X.
- [3] ČÁSTKOVÁ, Jana. *Tvorba multimediálních materiálů pro výuku kartografie*. Plzeň, 2010. 83 s. Diplomová práce. Západočeská univerzita, Fakulta aplikovaných věd.
- [4] DOSTÁL, Jiří. *Učební pomůcky a zásada názornosti* [online]. Vyd. 1. Olomouc: Votobia, 2008, 40 s. [cit. 2013-05-25]. ISBN 978-80-7220-310-9.
- [5] DVOŘÁK, Petr. *Vnímání reprezentací prostoru zprostředkovaných výpočetní technikou*. Praha, 2006. 106 s. Dizertační práce. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.
- [6] FORMÁNEK, Jaroslav. *Návrh pracovních listů vybraných témat učiva geometrie na zš v geometrickém náčrtníku cabri* [online]. České Budějovice, 2007 [cit. 2013-02-22]. Dostupné z: http://theses.cz/id/3lazdt/downloadPraceContent_adipIdno_1123. Diplomová. Pedagogická fakulta JU v Českých Budějovicích.
- [7] HAVELKOVÁ, Veronika. *GeoGebra ve vzdělávání matematice* [online]. Praha, 2012 [cit. 2013-02-23]. Dostupné z: http://www.fd.cvut.cz/personal/voracsar/Havelkova_DP.pdf. Diplomová práce. UK v Praze, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky.
- [8] HOŠPESOVÁ, Alena. *Matematická gramotnost a vyučování matematice*. Vyd. 1. V Českých Budějovicích: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta, 2011, 231 s. ISBN 978-80-7394-259-5.
- [9] KUBEN, Jaromír a Petra SARMANOVÁ. *Zkušenosti z přípravy multimediálních studijních opor pro výuku matematiky* [online]. 2007 [cit. 2013-05-25]. Dostupné z: http://homel.vsb.cz/~s1a64/publikace/kub_sar.pdf
- [10] LEPIL, Oldřich. *Teorie a praxe tvorby výukových materiálů: zvyšování kvality vzdělávání učitelů přírodovědných předmětů* [online]. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, 97 s. [cit. 2013-05-25]. ISBN 978-80-244-2489-7.

- [11] NEMČÍKOVÁ, Katarína, Věra OLŠÁKOVÁ, Filip ROUBÍČEK, Vladislav TOMÁŠEK, Jana VAŇKOVÁ a Eva ZELENDOVÁ. *Matematická gramotnost ve výuce: metodická příručka*. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků, 2011. Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2011/11/matematickagramotnost_final.pdf
- [12] ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia*. 4. vyd. Praha: Prometheus, 2008, 168 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-357-8.
- [13] ODVÁRKO, Oldřich. *Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia: funkce*. 2. vyd. Praha: Prometheus, c1997, 112 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6305-4.
- [14] PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.
- [15] POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. Dotisk 7. vyd. Praha: Prometheus, 1991, 608 s. ISBN 80-719-6196-5.
- [16] POLÁK, Josef. *Středoškolská matematika v úlohách I*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 344 s. ISBN 80-719-6021-7.
- [17] PREINER, Judith. *Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers: the case of geogebra*. Salzburg, 2008. 264 s. Dizertační práce. Education Faculty of Natural Sciences University of Salzburg.
- [18] PRŮCHA, Jan. *Moderní pedagogika*. 2.přepr. a akt.vyd. Praha: Portál, 2002, 481 s. ISBN 80-717-8631-4.
- [19] RENDLOVÁ, Eva. *Interaktivní učebnice stereometrie*. Praha, 2008. Diplomová práce. UK v Praze, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky.
- [20] STRNAD, Václav. *Tvorba výukových www stránek zaměřených na technickou matematiku*. Praha, 2011. Bakalářská práce. UK v Praze, Pedagogická fakulta, Katedra informačních technologií a technické výchovy.
- [21] VANÍČEK, Jiří. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2009, 212 s. ISBN 978-807-2903-948.

[22] VODÁKOVÁ, Jitka; ČERNOCHOVÁ, Miroslava; RAMBOUSEK, Vladimír. Poznámky k pedagogickému výzkumu: Vybrané pojmy související s pedagogickým výzkumem. In *Metodické pokyny pro zpracování diplomových prací* [online]. Praha: [s.n.], 2007 [cit. 2011-03-28]. Dostupné z WWW: <<http://it.pedf.cuni.cz/metodika/index.php?kap=6>>.

8 Přílohy

Příloha 1

Dotazník pro učitele středních škol

1. Jak se Vám pracuje s www stránkami www.funkce.eu pro výuku funkcí (orientace na stránkách, přehlednost, názornost)? *Ohodnoťte jako ve škole, kde 1 je nejlepší a 5 nejhorší.*
2. Ohodnoťte, zda jsou vytvořené www stránky vhodné pro výuku nebo k podpoře výuky funkcí na střední škole. *Ohodnoťte jako ve škole, kde 1 je nejlepší a 5 nejhorší.*
3. Jak hodnotíte www stránky www.funkce.eu z hlediska matematického obsahu? *Ohodnoťte jako ve škole, kde 1 je nejlepší a 5 nejhorší.*
4. Použil(a) jste někdy www stránky www.funkce.eu při výuce nebo k procvičení funkcí?
5. Pokud ne, uvažujete o tom, že www stránky www.funkce.eu někdy v hodině použijete?
6. Ohodnoťte, jak se Vám líbí grafické prostředí www stránek www.funkce.eu?
7. Jaká část www stránek www.funkce.eu Vás nejvíce zaujala?
 - a. výkladová část
 - b. význam koeficientů - GeoGebra aplety
 - c. sbírka řešených příkladů
8. Jaký přínos vidíte u www stránek www.funkce.eu?
 - a. získání vhledu do určité problematiky v matematice
 - b. názorné vidění situací díky dynamickým apletům
 - c. procvičování – příklady
 - d. kontrola správnosti výsledků
 - e. pomůcka při řešení úloh
 - f. jiné:
9. Co se Vám na stránkách nelíbilo, co byste ze stránek odstranil(a), popřípadě do nich doplnil(a)?
10. Zaujal Vás dynamický matematický software GeoGebra používaný na www stránkách www.funkce.eu?

11. Zobrazovaly se správně GeoGebra aplety v částech "Význam koeficientů"?
- a. ano, bez problému
 - b. ano, ale bylo nutné aktualizovat program Java nebo zásuvné moduly pro správné fungování
 - c. ne, aplety nefungovaly korektně i přes mou snahu zprovoznit je
 - d. ne, aplety nefungovaly korektně a neřešil(a) jsem proč
12. Myslíte si, že používání GeoGebry při hodinách matematiky by mohlo mít přínos, popřípadě jaký?
13. Doporučili byste www stránky www.funkce.eu Vaším kolegům z oboru?
14. Máte nějaký pozitivní či negativní komentář vztahující se k www stránkám www.funkce.eu?

Příloha 2

Dotazník pro žáky středních škol

1. Jak se Vám pracuje s www stránkami www.funkce.eu pro výuku funkcí?
Ohodnoťte jako ve škole, kde 1 je nejlepší a 5 nejhorší.
2. Jak hodnotíte www stránky www.funkce.eu z hlediska obsahu? *Ohodnoťte jako ve škole, kde 1 je nejlepší a 5 nejhorší.*
3. Ohodnoťte, jak jsou pro Vás www stránky www.funkce.eu přínosné při studiu matematiky? *Ohodnoťte jako ve škole, kde 1 určitě je budu využívat a 5 určitě je nebudu využívat.*
4. Ohodnoťte, jak se Vám líbí grafické prostředí www stránek www.funkce.eu?
Ohodnoťte stránky jako ve škole, kde 1 je nejlepší a 5 nejhorší.
5. Pomohly Vám www stránky www.funkce.eu k lepšímu pochopení nějaké matematické látky nebo její části?
 - a. ano
 - b. ne
 - c. nejsem si jistý(á)
6. Jaká část www stránek www.funkce.eu Vás nejvíce zaujala?
 - a. výkladová část
 - b. význam koeficientů - GeoGebra aplety
 - c. sbírka řešených příkladů
7. Jaký přínos vidíte u www stránek www.funkce.eu?
 - a. získání vhledu do určité problematiky v matematice
 - b. názorné vidění situací díky dynamickým apletům
 - c. procvičování – příklady
 - d. kontrola správnosti výsledků
 - e. pomůcka při řešení úloh
 - f. jiné
8. Co se Vám na stránkách nelíbilo, co byste ze stránek odstranil(a), popřípadě do nich doplnil(a)?
9. Zaujal Vás dynamický matematický software GeoGebra používaný na www stránkách www.funkce.eu?

10. Myslíte si, že používání GeoGebry při hodinách matematiky by mohlo mít přínos, popřípadě jaký?
11. Doporučili byste www stránky www.funkce.eu Vaším spolužákům?

Komentáře učitelů z dotazníkového šetření – vybrané negativní odpovědi

1. „Nelíbí se mi zápis matematických výrazů, např. proměnná se má psát kurzívou (tj. x , n ,...), nelíbí se mi ani lomené čáry místo zlomků, naprosto nevhodný je znak \times v nadpisech tj. $y = a \times (x+b)^n + c$, souřadnice bodů by měly být oddělené středníkem tj. $[1;1]$ atd. je tam toho hodně chybně.“
2. „Chybně se zobrazuje graf funkce $y = x - n$, kde n je přirozené číslo v apletu GeoGebry. Vhodné by bylo moci zadávat vlastní funkce.“
3. „Nelíbí se mi grafika stránek, je monotónní, chybí členění do odstavců, tudíž jsou pro žáky nezajímavé, nepřehledné. Pokud by měli tyto stránky studentům pomoci a vzbudit v nich zájem, rozhodně bych se zamyslela nad volbou vhodných fontů, barev, zvýraznění, formulacemi definic, zpřehlednění textu, tzn. vhodné rozdělení do odstavců.“
4. „Malá přidaná hodnota oproti klasické učebnici. Zcela chybí vazba na reálné situace - příklady užití funkcí v reálném životě, význam vlastností funkce na konkrétním reálném příkladě.“
5. „Teorie popsána mnoha slovy, nezáživně.“
6. „Nelíbí se mi styl písma, špatně se čte. Dále bych se snažil psát lomené funkce jako zlomky, vím, že se to píše rychleji do řádků, ale vypadalo by to lépe.“
7. „U funkce signum bych opravil vyjádření: Pomocí této funkce můžeme vyjádřit libovolné číslo – to je přece blbost. Přeji hodně úspěchů.“
8. „Nelíbí se mi používání \times při násobení.“
9. „Z hlediska metodiky je nešikovné řazení základních pojmů, vlastností funkcí podle abecedy, např. pojem funkce prostá by měl předcházet pojmu inverzní funkce.“
10. „Vzhledem k tomu, že se zde zmiňují i pojmy první a druhá derivace a limita funkce, chybí mi jejich vysvětlení“.
11. „Zápis funkce (rovnice, výrazu) by neměl být lámán přes konec řádku.“
12. „Některé definice nejsou z hlediska matematiky přesné. Je otázkou, zda nepoužít definice přesnější - např. konvexnost a konkávnost funkce.“

13. „Stránky mi přijdou tvořené zejména pro gymnaziální žáky, žáci z průmyslovek, obchodek apod. tento výklad příliš nevyužijí, je to na ně málo polopatické.“
14. „Doplnila bych více procvičovacích příkladů, označila bych obtížnost, nebo přidala nějaké s hvězdičkou pro šikovnější žáky.“
15. „Základní pojmy - bez obrázků, bez příkladů, zcela chybí názornost, chybí protipříklady (co není funkce), způsoby zadání funkce (předpisem, grafem, tabulkou, množinou uspořádaných dvojic), pojmy definiční obor, obor hodnot., Chybí i příklady určení vlastnosti funkce z grafu, např. zadáním je graf a žáci z něj určují definiční obor, obor hodnot, zda je funkce omezená a jaká, extrémy funkce, zda je funkce sudá nebo lichá.“
16. „Chybí mi tam úvodní popis - princip práce se stránkami.“
17. „Moc teorie, žáci ji budou ignorovat. Teorii rozbalit jen pro ty, co si kliknou.“
18. „Nevím, jestli první aplet u mocninných funkcí pracuje správně – neukazuje průběh funkce, ale jen body. Cvičné příklady by bylo dobré navázat hned k apletům, ke kterým se vztahují a ve kterých může student hledat řešení.“
19. „Při projekci na tabuli špatná čitelnost - malá písmenka, hustý text.“
20. „Několikrát se mi aplet nenačetl, musela jsem načtení opakovat.“
21. „Obecně se mi moc nelíbila výkladová část, je taková hrozně formální.“
22. „Použít na matematické výrazy jiný font písma, než je prostý text.“
23. „Nelíbí se mi způsob zápisu mocninné a logaritmické funkce.“
24. „Psaní lomených výrazů pomocí šikmého lomítka mi připadá nepřehledné.“
25. „Obávám se, že pro dnešního typického gymnazistu jsou příklady většinou dost náročné.“
26. „Zápisy matematických výrazů jsou nedostatečně přehledné (krátké minus, horní indexy jsou moc velké, použití křížku pro násobení se plete s ostatními znaky“.
27. „Nenabíhá GeoGebra, občas chyby v textu.“
28. „Chybí mi celá kapitola ke grafickému řešení rovnic a nerovnic.“

Komentáře učitelů z dotazníkového šetření – vybrané pozitivní odpovědi

1. „Je to výborný nápad, a doufám, že stránky se budou v budoucnu ještě rozšiřovat.“
2. „Tento typ stránek s názornými grafy je velkým přínosem nejen pro výuku samotnou, ale i pro domácí studium, popřípadě velkým pomocníkem při opakování k maturitní zkoušce z matematiky. Velmi dobrý nápad, dobře a přehledně zpracováno. Děkuji.“
3. „Mně se stránky líbí a určitě je budu používat. Přeji autorovi dostatek nadšení do další práce.“
4. „Kapitoly pro jednotlivé druhy funkcí jsou velmi pěkné, i když výklad se zaměřuje pouze na význam koeficientů a příliš nerespektuje zásady od jednoduchého ke složitějšímu.“
5. „Mám pozitivní hodnocení, určitě použiji.“
6. „Děkuji za ně, určitě je použiji. Vhodné pro žáky s delší absencí k doplnění učiva.“
7. „Stránky se mi líbí, doladíte ty matematické zápisy a bude to ok :-)”
8. „Až stránky plně dokončíte a doladíte, myslím, že budou výbornou pomůckou nejen pro učitele, ale zejména pro žáky.“
9. „Stránky jsou pěkné, užitečné např. pro doporučenou samostatnou přípravu před kompozicí“.
10. „Je to moc pěkně uspořádané.“
11. „Pozitivní - opravdu velký kus poctivé práce!“
12. „Dobrý nápad, ucelené téma. Díky“
13. „Chválím autora i námět jeho práce, materiál je pro naši práci využitelný a může usnadnit žákům pochopení učiva.“
14. „Trochu bych to ještě poupravoval a jinak by to asi nebylo zlé. Chtělo by to více takových stránek sdružených do jednoho webu.“
15. „Stránky se mi líbily, jsou přehledné, dobře strukturované.“
16. „Rozhodně dobrý přínos do výuky matematiky. Nenechte se odradit případnými negativními komentáři“.

Příloha 5

Práce s koeficienty u dynamických GeoGebra apletů – převzato (Strnad, 2011)

